

나노포토닉스 최신 연구 동향

한국과학기술연구원 나노포토닉스연구센터

책임연구원 권석준 (sjoonkwon0531@gmail.com, cheme@kist.re.kr)

2. 플라즈모닉스

20세기가 일렉트로닉스의 시대였다면 (21세기 초인 지금도 그렇긴 합니다만), 21세기는 포토닉스의 시대가 될 것이라고 이야기하는 사람들이 있습니다. 물론 아직도 포토닉스가 지금의 전자공학 정도의 위상을 갖는 상용 기술이 되기 위해서는, 아직도 갈 길이 멀지만. 그러나, 무손실, 고속, 저전력 소모 등의 우수한 특성을 고려컨대, 포토닉스에 대한 관심과 수요는 점점 늘어 날 것입니다. 그러기 위해서는 사방으로 뻗어 나가는 빛을 필요한 순간에, 필요한 만큼, 필요한 공간에 제어할 수 있는 기술이 필요할 것입니다. 이번 장에서는 전자기파를 매질의 표면 혹은 나노 스케일의 공간에 구속시킬 수 있는 방법인 플라즈모닉스 (Plasmonics)의 원리 및 응용에 대해 공부하도록 하겠습니다.

2.1. Theory of surface plasmon polariton (SPP)

이번 절에서는 표면 전자기파 (surface EM wave) 중, 금속-유전체 계면 사이에 주로 형성되는 **표면 플라즈몬 폴라리톤 (surface plasmon polariton, 줄여서 SPP)**에 대해 알아보겠습니다. SPP는 그 이론적인 중요도만큼이나, 각종 화학 물질, 생체 분자 센서, 광원, 결합기, 검지기, 광통신 장치 등에 활발하게 쓰이는 전자기파 현상이자 응용 기술입니다. 따라서 SPP에 대해 기초적인 내용부터 응용 가능성에 대해 공부하는 것은 매우 중요합니다. SPP라는 용어의 기본 개념부터 살펴 봅시다. 일단 **표면**이라는 말이 나왔습니다. 따라서, SPP는 표면에서 일어나는 전자기파의 현상일 것입니다. 왜 그냥 덩어리가 아닌 표면이 필요한 것일까요? 사실 더 엄밀하게 말하면 **계면**이 필요한 것입니다. 2장에서 배웠듯, 광학적으로 서로 성질이 다른 계면에서는 전자기파의 행동이 복잡해집니다. 그러면 어떤 계면이 필요한 것일까요? 결론부터 말하면 **금속-유전체의 계면**이 필요합니다.

플라즈몬은 무엇일까요? 플라즈몬은 어원을 추적해 보면, [Plasma + on]입니다. Plasma는 보통 자유롭게 돌아 다니는 자유 전자 뭉치를 의미합니다. 그리고, 보통 어떤 현상 뒤에 on을 붙이면, 셀 수 있는 (즉, 양자화된) 일종의 ‘입자’ 개념이 됩니다. 그렇다면, 플라즈몬 (plasmon)은 일종의 ‘입자처럼 행동하는 plasma’입니다. 자유 전자 뭉치가 어떻게 하나의 입자처럼 행동한다는 것일까요? 실제로 당구공처럼 동그랗게 뭉친다는 뜻은 아니고, 특정한 진동수의 외부 전자기파와 같은 진동수로, 그리고 일정한 위상차로, 자유 전자들이 집단적으로 진동한다는 뜻입니다¹. 마치 바다 속의 작은 물고기 떼가 포식자를 만나면, 갑자기 하나의 큰 물고기처럼 이동 방향을 동시에 전환하는 것과 비슷합니다. 그리고, 그 물고기 떼의 왼쪽-오른쪽에 번갈아 가며 포식자가 나타날 때, 그것을 피하려고 물고기 떼가 오른쪽-왼쪽으로 반대 방향으로 피하면서 한 덩어리처럼 움직이는 것을 떠올리면 됩니다. 어떻습니까? 상상이 좀 됩니까? 그러면, 아무 물질이나 이러한 자유 전자의 집단 행동을 보일 수 있을까요? 앞서, **자유 전자 뭉치**가 필요하다고 했습니다. 그러면, 주로 전도도가 크고, 자유 전자가 풍부한 **금속** 물질이 필요할 것입니다. 금속의 자유 전자가 집단적으로 움직일 때, 전기 쌍극자 (electric dipole)가 형성됩니다 (즉, 전자 밀도가 높은 쪽이 음-전하, 낮은 쪽이 양-전하가 되는 방향).

마지막으로 **폴라리톤 (polariton)**은 무엇일까요? 집에 있는 금속으로 된 물체 (예를 들면, 은 접시 같은 것이 그렇습니다. 집에 은 접시 한 벌 정도씩은 있지 않습니까?)의 평평한 표면을 생각해 봅시다. 그 은 접시의 표면에는 자유 전자가 있을 것이지만, 아무런 자극이 없다면, 굳이 자유 전자들이 힘 들여 집단적으로 왔다 갔다 하지는 않을 것입니다. 따라서, 방금 예로 든 비유처럼, 포식자가 같은 자극이 필요합니다. 전자기파가 그 자극이 되어 주면 어떨까요? Drude 모형을 가정하면 금속 덩어리는 외부 전자기파의 특정 주파수에 공명할 수도 있다고 했습니다. 마찬가지로, 금속 표면의 자유 전자 역시, 특정 주파수에 자극을 받아, 한 뭉치로서 집단적으로 진동할 수 있을 것입니다. 또한, 그것은 마치 표면에 있는 자유 전자와 전자기파의 광자 (photon)가 결합되어 움직이는 것 (electron-photon coupling)² 처럼 보일 것입니다. 전기 쌍극자를 포함하여 이렇게 [극성 (polarity)이 존재하는 입자 혹은 분극이 발생하는, 입자에 준하는, 상태]와 전자기파가 결

¹실제로는 자유 전자 밀도가 특정한 방향으로 일정한 주기를 가지며 바뀌는 것에 가깝습니다.

²입자-파동으로서의 빛의 이중성 (particle-wave duality)을 상기해 주시기 바랍니다.

합된 상태 (혹은 입자 같은 상태)을 **폴라리톤 (polariton)**이라고 부릅니다. 극성만 있으면 되니까, 사실 전기 쌍극자 뿐만 아니라, 자기 쌍극자 (magnetic dipole)나 엑시톤 (exciton)³ 같은 대상도 전자기파와 결합되면 폴라리톤이라고 부를 수 있습니다. 그러나 보통 SPP를 이야기할 때는, 전자기파의 광자-금속의 자유 전자 결합체를 주로 의미합니다. 자, 이제 용어의 개념이 다 정리되었습니다. 요약하자면, SPP는 외부의 전자기파에 의해 금속 표면의 자유 전자 뭉치가 집단적으로 하나의 입자처럼 외부의 광자와 얽여서 진동하는 전자기파 현상입니다.

앞서 살펴 보았듯, SPP는 기본적으로 표면에서 일어나는 전자기파 현상입니다. 또한, 양자화되어 있지만, 전자기파가 관여하여, 표면을 따라 진동하므로, 표면파 (surface wave)로도 볼 수 있습니다. 사실 SPP가 양자화된 자유 전자-광자의 결합체 진동이기도 하지만, 빛의 파동-입자 이중성을 생각해 보면, SPP도 양자화된 입자이자 파동의 특성을 동시에 갖기 때문에, 표면파라고 해도 전혀 이상할 것이 없습니다. 표면파의 성질 가운데 중요한 특성은 바로 전자기파가 평평한 표면을 따라 진행할 수 있다는 것입니다. 이는 상당히 흥미로운 전자기파의 특성입니다. 예를 들어, 전자기파를 특정 방향으로, 거의 손실 없이 전송하고자 할 때, 사람들은 보통 전반사 (TIR) 특성에 기반한, 광섬유 같은 광-도파로 (waveguide)를 사용합니다. 그러나 광섬유를 포함한 대부분의 광-도파로는 전자기파를 특정한 굴절률을 갖는 영역에만 기하학적으로 국재 (confinement)하여 전송시키는 수단에 가깝습니다. 고-굴절률의 속심 (core)과 저-굴절률의 껍데기 (cladding)가 동심원 단면을 보이는 길다란 실 형태의 광섬유가 대표적인 예입니다.

이와는 대조적으로 SPP는 딱히 기하학적으로 어렵게 국한시킬 환경이 따로 필요하지 않습니다⁴. 대신 평평한⁵ 금속과 유전체 사이에 ‘계면’이 있으면 됩니다. 오오! 웬지 쉬워 보이지 않습니까? 이런 특성을 고려하건대, SPP는 꽤 재미있고, 뭔가 써 먹을만한

³반도체 내부에 광자가 들어 올 때, 전자의 들뜸으로 인해 생기는 전자-양공 (hole)이 정전기력에 의해 결합된 준-입자를 의미합니다.

⁴나중에 자세하게 설명하겠지만, 그냥 외부에서 아무런 장치 없이 전자기파를 입사시킬 경우 (즉, 원-거리장(far-field)으로 입사되는 빛일 경우), 금속-유전체 (입사 매질) 계면에 바로 SPP가 형성되는 것은 아닙니다. 오히려 대부분 형성되는 것이 불가능합니다. 대신, Kretschmann 혹은 Otto 프리즘이나 창살 (grating), 나노입자의 배열 구조 같은 추가적인 작업이 SPP를 형성시키기 위해 필요합니다.

⁵여기서 ‘평평하다’고 할 때, 입사되는 전자기파의 파장 대비, 표면의 거칠기가 매우 작은 범위인 것을 의미합니다. 만약 표면이 꽤나 거칠다면, 산란 (scattering) 등에 의한 손실로 인해, SPP의 전파 거리 (propagation length)나 국한 성능 (mode size)이 제한됩니다. 이는 뒤에 더 상세하게 다룰 것입니다.

것이 많아 보이는 현상 같아 보입니다. 하지만 SPP는 그렇게 쉽게 형성되지는 않습니다. 사실 이를 잘 이해하기 위해서는 외부 입사광의 각-주파수 (angular frequency, ω)와 전자기파의 파수 (wavenumber, k)간의 관계 (즉, **분산 관계 (dispersion relationship)**)를 이해할 필요가 있습니다.

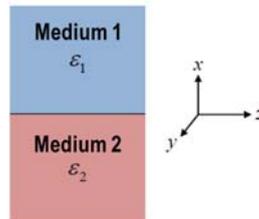


그림 2.1. 3차원에 표현된, 서로 다른 유전 상수를 가진 매질 1 (푸른색)과 2 (분홍색) 사이의 계면

일단 SPP는 금속과 유전체의 계면에서 주로 관찰되는 현상이라고 했습니다. 그렇다면 왜 하필 ‘금속과 유전체’의 조합이 필요한 것일까요? ‘금속-금속’ 혹은 ‘유전체-유전체’ 사이의 계면에서는 SPP가 형성되지 않는 것일까요? 먼저 답을 말하자면, 대부분의 경우 ‘그렇다’입니다. 즉, SPP가 형성되려면 거의 필수적으로 **금속-유전체** 사이에 평평한 계면이 있어야 합니다. ‘금속-금속’ 혹은 ‘유전체-유전체’ 조합에서는 SPP가 거의 형성되지 않습니다. 왜 이러한 제한이 생기는데 대해 한 번 이론적으로 살펴 봅시다.

먼저, 그림 2.1에 나온 간단한 계면을 잠깐 살펴 봅시다. 이 그림은 3차원 공간에서, 서로 다른 광특성 (주로 유전 상수 (dielectric constant or relative permittivity))을 갖는 두 매질이 이루고 있는 평평한 계면을 표현한 것입니다. 그림에서는 계면에 평행인 방향을 z -와 y -축, 그리고 계면에 수직인 방향을 x -축으로 임의로 설정하였습니다. 만약 SPP라는 표면파가 이 계면을 따라서 이동한다면, SPP라는 전자기파의 파동 진행 방향을 임의로 z -축으로 설정할 수 있다는 의미고, 따라서 전기장과 자기장은 z -축에 수직인, 2차원 $x-y$ 평면 위에서 진동한다는 의미입니다. 복습을 위해, 일부러 상세하게 상기해 봤습니다. 참 친절하지 않습니까?

일단 외부 입사광의 편광 방향에 상관 없이, 전기장과 자기장에 대한, 연립 상미분방정식 형태의 맥스웰 방정식은 다음과 같이 쓸 수 있습니다.

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\epsilon\mathbf{E}, \nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H}. \quad (2.1)$$

나아가, 당연히 2차원 평면을 더 단순하게 만들고 싶습니다. 즉, 전기장이든 자기장이든, 한 쪽이 x -나 y -축에 평행하게 편광되어 있으면 맥스웰 방정식을 풀기가 더 좋을 것 같으니까요. 우리는 앞서 편광을 배울 때, TE (transverse electric)과 TM (transverse magnetic) 편광에 대해 공부했습니다. 그렇다면, 방정식 (2.1)은 아래 같이 풀어 쓸 수 있습니다.

$$\begin{aligned}
 TM \text{ mode} & \begin{cases} \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -j\omega\mu H_y, \\ -\frac{\partial H_y}{\partial z} = j\omega\varepsilon E_x, \quad \frac{\partial H_y}{\partial x} = j\omega\varepsilon E_z \end{cases} \\
 TE \text{ mode} & \begin{cases} \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = j\omega\varepsilon E_y, \\ -\frac{\partial E_y}{\partial z} = -j\omega\mu H_x, \quad \frac{\partial E_y}{\partial x} = -j\omega\mu H_z. \end{cases} \quad (2.2)
 \end{aligned}$$

방정식 (2.2)에서는 y -축 방향으로는 전자기장이 일정하다고 설정했습니다. 즉, 방정식을 단순화해 만들기 위해, $\partial/\partial y$ 와 관련된 성분은 모두 0으로 처리할 수 있도록 하였습니다. 방정식 (2.2)에서 여섯 개의 방정식을 세 개씩 두 그룹으로 묶은 것이 보입니까? 즉, TM mode라고 묶은 그룹에서는 방정식 세 개가 오로지 $[E_x, E_z, H_y]$ 의 세 개의 변수에만 관여합니다. 반면, TE mode라고 묶은 그룹에서는 세 개의 방정식이 오로지 $[H_x, H_z, E_y]$ 의 세 가지 변수에만 관여합니다. 즉, 여섯 개로 이루어진 연립 방정식이지만, 사실은 세 개씩 분리해서 풀어 볼 수 있다는 의미입니다.

다음으로, 어떤 편광 방식을 선택할 것인지 생각해 봅시다. 먼저, 위에서 말한 TM 편광된 전자기파를 생각해 봅시다. 그러면, 전기장은 x -축으로, 자기장은 y -축으로 진동하는 상황입니다. 따라서, 이 경우, 전기장 \mathbf{E} 의 y -축 성분과 자기장 \mathbf{H} 의 x -축 성분은 0입니다. 즉, $E_y = H_x = 0$ 입니다. 따라서, 이 경우, 전기장과 자기장은 벡터 형식으로 아래와 같이 표현해 볼 수 있겠습니다.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{E}_i(x, z) &= \begin{bmatrix} \hat{E}_{xi} \hat{x} \\ \hat{E}_{zi} \hat{z} \end{bmatrix} \exp(j\beta z \pm \kappa_i x), \\
 \mathbf{H}_i(x, z) &= H_{yi} \exp(j\beta z \pm \kappa_i x) \hat{y}, \quad \kappa_i > 0 \\
 & \begin{cases} + \text{ sign for upper layer } (i = 1, \text{ layer 1}), \\ - \text{ sign for upper layer } (i = 2, \text{ layer 2}). \end{cases} \quad (2.3)
 \end{aligned}$$

방정식 (2.3)에서 한 가지 주목해야 할 부분이 있습니다. 일단 전자기파는 파동이기 때문에, 파동의 진행 방향인 z -축에 대해, $\exp(j\beta z)$ 라고 표현한 부분은 이해할 수 있을 것입니다. 물론, 여기서 β 는 SPP의 파수입니다. 그러면, 계면에 수직 방향인 x -축에 대하여, $\exp(\pm\kappa_i x)$ 라고 표현한 부분의 의미는 무엇일까요? 보다시피, 허수가 없어지고, 대신 κ_i 라는 일종의 거리의 역수 (역-감쇠 거리)가 나왔습니다.⁶ 답을 미리 알고 함수의 모양을 가져다 쓴 것일까요? 그렇게도 볼 수 있겠습니다만, 사실 SPP라는 표면파의 특성을 감안한 함수의 모양이라고 할 수 있습니다. SPP가 **표면에 국재하는 전자기파**라면, 표면 (혹은 계면)에서 멀어질수록, 전자기파의 신호 강도 (진폭)는 급격하게 줄어 들어야 합니다. 물론 급격하게 줄어드는 특정 거리는 κ_i 에 반비례할 것입니다. 그것이 ‘국재’의 의미니까요. 전자기파 파동방정식에서는 이러한 급격한 감쇠 특성을 지수 함수 꼴로 표시하고, 따라서, 표면파의 국재 특성에도 지수 함수가 도입되는 것입니다. 다시 말해, 이러한 함수의 모양은, 위층 (매질 1) 아래층 (매질 2) 상관 없이, 계면에서 멀어질수록, 전자기파의 진폭이 감쇠함을 의미합니다. 아래층에서는 계면에서 멀어지는 방향이 x -축의 음의 방향이므로 부호가 반대가 되었음을 눈 여겨 보아 주시길 바랍니다.

이제, 방정식 (2.3)를 활용하여, 방정식 (2.2)을 다시 풀어 써 봅시다.

$$\begin{aligned} \text{Layer 1} & \begin{cases} j\beta E_{x1} + \kappa_1 E_{z1} = -j\omega\mu_1 H_{y1}, \\ -j\beta H_{y1} = j\omega\varepsilon_1 E_{x1}, \quad -\kappa_1 H_{y1} = j\omega\varepsilon_1 E_{z1}, \end{cases} \\ \text{Layer 2} & \begin{cases} j\beta E_{x2} - \kappa_2 E_{z2} = -j\omega\mu_2 H_{y2}, \\ -j\beta H_{y2} = j\omega\varepsilon_2 E_{x2}, \quad \kappa_2 H_{y2} = j\omega\varepsilon_2 E_{z2}. \end{cases} \end{aligned} \quad (2.4)$$

방정식 (2.4)는 각 매질에 대해, 아래와 같이 더 간단히 정리될 수 있습니다.

⁶나중에 다시 살펴 보겠지만, 금속층 내부에서는, 금속의 유전 상수가 복소수임을 고려할 때, κ_i 도 복소수가 될 수 있습니다. 그렇다면, 실제로 감쇠에 기여하는 부분은, 실제로는 κ_i 의 실수 부분이 될 것입니다. 물론 κ_i 의 허수 부분은 진동에 기여를 할 것입니다.

$$\begin{aligned}
\text{Layer 1} & \begin{cases} \kappa_1 E_{z1} = -\frac{j}{\omega \varepsilon_1} (k_0^2 \mu_{r1} \varepsilon_{r1} - \beta^2) H_{y1}, \\ \kappa_1 H_{y1} = j \omega \varepsilon_1 E_{z1}, \end{cases} \\
\text{Layer 2} & \begin{cases} \kappa_2 E_{z2} = \frac{j}{\omega \varepsilon_2} (k_0^2 \mu_{r2} \varepsilon_{r2} - \beta^2) H_{y2}, \\ \kappa_2 H_{y2} = j \omega \varepsilon_2 E_{z2}. \end{cases}
\end{aligned} \tag{2.5}$$

방정식 (2.5)에서, k_0 는 진공에서 진행하는 전자기파의 파수를 의미합니다 (즉, $k_0 = \omega/c_0$). 방정식 (2.5)를 전기장-자기장 성분의 비에 대하여 정리하면, 더 단순한 모양이 됩니다.

$$\begin{aligned}
\text{Layer 1} : k_0^2 \mu_{r1} \varepsilon_{r1} &= \beta^2 - \kappa_1^2 \\
\text{Layer 2} : k_0^2 \mu_{r2} \varepsilon_{r2} &= \beta^2 - \kappa_2^2.
\end{aligned} \tag{2.6}$$

또한 일단 계면에 평행인 성분, 즉, $E_{z1} = E_{z2}$ 의 조건을 고려해야 합니다. 방정식 (2.5)을 활용하여, 이 조건을 다시 써 보겠습니다.

$$-\frac{j}{\omega \varepsilon_1 \kappa_1} (k_0^2 \mu_{r1} \varepsilon_{r1} - \beta^2) H_{y1} = \frac{j}{\omega \varepsilon_2 \kappa_2} (k_0^2 \mu_{r2} \varepsilon_{r2} - \beta^2) H_{y2}. \tag{2.7}$$

방정식 (2.7)에서 계면에 평행하는 자기장 성분, 즉, $H_{y1} = H_{y2}$ 의 관계도 성립해야 합니다. 방정식 (2.6)과 이를 활용하면 방정식 (2.7)은 아래와 같은 관계식을 만들어냅니다.

$$\frac{\kappa_1}{\varepsilon_{r1}} + \frac{\kappa_2}{\varepsilon_{r2}} = 0. \tag{2.8}$$

역감쇠 거리 κ_i 를 정의할 때, $\text{Re}(\kappa_i) > 0$ 라고 했던 것을 기억해 봅시다. 그렇다면 방정식 (2.8)이 물리적으로 의미하는 것은 무엇일까요? 그렇습니다. ε_{r1} 와 ε_{r2} 의 실수 값이 서로 다른 부호를 가져야 한다는 의미입니다. 보통 유전체끼리, 혹은 금속끼리는 유전상수의 실수 값의 부호가 같은 경우가 대부분입니다.⁷ 특히, 적외선-가시광 대역의 주파수를 갖는 전자기파에 대해, 유전체는 주로 양수, 금속은 음의 유전 상수 실수 값을 갖습니다. 따라서, ‘유전체-유전체’ 혹은 ‘금속-금속’ 간의 계면에서는, ε_{r1} 와 ε_{r2} 의 실수 값이 서로 같은 부호를 갖게 되어, 방정식 (2.8)의 유일한 해는 $\kappa_1 = \kappa_2 = 0$ 밖에 없습니다. 그렇지만, 이 결과는 전자기파가 더 이상 표면에만 국재하지 않음을 의미합니다. 즉, 표면파로서 SPP가 존재할 수가 없다는 의미입니다. 따라서, 방정식 (3.8)에서 SPP가 표면파로

⁷물론 분산 관계에 따라, 항상 그런 것은 아닙니다. 외부 입사광의 주파수에 의존하는 성질입니다.

존재하기 위해선, 결국 ‘금속-유전체’ 계면이 거의 유일한 조합이 될 수 밖에 없음을 알 수 있습니다.⁸

방정식 (2.6)과 (2.8)을 조합하면 어떨까요? 즉 κ_i 를 제거할 수 있습니다. 그 결과, 다음과 같이, 유용한 방정식이 또 나옵니다.

$$\beta^2 = k_0^2 \varepsilon_{r1} \varepsilon_{r2} \frac{(\mu_{r1} \varepsilon_{r2} - \mu_{r2} \varepsilon_{r1})}{\varepsilon_{r2}^2 - \varepsilon_{r1}^2}, \quad (2.9)$$

방정식 (2.9)는 SPP의 **분산 관계 (dispersion relationship)**이라고 부릅니다. 물론 (2.9)를 더 단순화하게 만들 수 있는 방법이 있습니다. 위층과 아래층 매질 모두 비-자성물질 (non-magnetic materials)일 경우입니다. 이 경우 $\mu_{r1} = \mu_{r2} = 1$ 이므로, 방정식 (2.9)는 다음과 같이 단순하게 만들 수 있습니다.

$$\beta = k_0 \left(\frac{\varepsilon_{r1} \varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r2} + \varepsilon_{r1}} \right)^{1/2}, \quad (2.10)$$

아래층을 금속, 위층을 유전체라고 가정해 봅시다. 그렇다면, 방정식 (2.8)에서 유도된 SPP 형성을 위한 선결 조건으로서, $\text{Re}(\varepsilon_{r1}) \geq 0$ 와 $\text{Re}(\varepsilon_{r2}) < 0$ 이어야 합니다. 따라서, 방정식 (2.10)에서, $\text{Re}(\varepsilon_{r1} + \varepsilon_{r2}) < 0$ 도 만족되어야 함을 알 수 있습니다.

이제, Drude 모형을 가정한다면 전자기파에 반응하는 전자를 거의 자유 전자 취급해도 무방하다고 했던 것을 기억할 수 있을 것입니다. 이 경우, $\varepsilon_{r2}(\omega) \sim 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$ 라고 ε_{r2} 를 근사할 수 있었습니다. 앞서 말했듯, 금속의 경우, $\text{Re}(\varepsilon_{r2}) < 0$ 가 되어야 SPP가 형성될 수 있을 것이므로, 입사 전자기파의 각-주파수는 당연히 $\omega < \omega_p$ 이어야 합니다. 여기서 흥미로운 관계식을 한 개 더 발견할 수 있습니다. 방정식 (2.10)에 위의 ε_{r2} 근사식을 대입해 봅시다. 그러면 아래의 식이 됩니다.

⁸당연히 금속만 되는 것은 아닙니다. 이러한 조건을 만족시키는 전도성 재료는 또 있습니다. 예를 들면, 투명 전극으로 많이 활용되는 인듐-주석산화물 (ITO, Indium tin oxide) 같은 경우, 중-근적외선 영역에서 높은 전도도를 갖기 때문에, 금속 대신 사용할 수 있습니다. 다만, 우리가 주로 사용하는 가시광-근적외선 영역에서는 이러한 조건을 만족시키는 재료가 거의 금속이라는 이야기입니다.

$$\beta = k_0 \left(\frac{\varepsilon_{r1} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right)}{(\varepsilon_{r1} + 1) - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} \right)^{1/2}. \quad (2.11)$$

방정식 (2.11)에서, ω 가 0에서 점점 증가한다고 생각해 봅시다. $(\varepsilon_{r1} + 1) - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} = 0$ 가 될 수준까지 ω 가 육박하면 어떻게 될까요? 그렇다면, β 는 무한으로 발산하게 될 것입니다. 여기서 $(\varepsilon_{r1} + 1) - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} = 0$ 의 관계식을 만족하는 ω 를 **표면 플라즈마 주파수 (surface plasma frequency, ω_{sp})**라고 합니다. 즉, ω_{sp} 는 아래와 같이 표현할 수 있습니다.

$$\omega_{sp} = \frac{\omega_p}{\sqrt{\varepsilon_{r1} + 1}}. \quad (2.12)$$

당연히, 대부분 유전체에 대해, $\varepsilon_{r1} \geq 0$ 이므로, $\omega_{sp} \leq \omega_p$ 입니다. 방정식 (3.11)에서도 나타나다시피, 외부 전자기파의 각-주파수가 ω_{sp} 를 초과할 경우, SPP는 형성되지 않습니다.

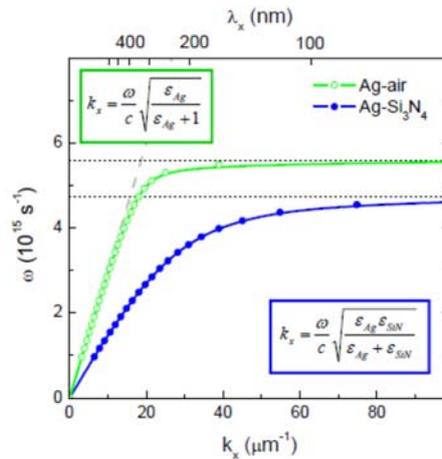


그림 2.2. [은-공기] (초록색 선) 혹은 [은-Si₃N₄] (파란색 선) 계면에서의 SPP 분산 관계

또한, 각-주파수가 점점 ω_{sp} 에 접근하게 되면, SPP의 파수는 무한으로 발산하며 ($\beta \rightarrow \infty$), 이는 매우 좁은 범위 내 ($\sim 1/\beta$)에만 SPP가 형성됨을 의미합니다. 그림 2.2에는 [은-공기], [은-Si₃N₄] 계면에서의 SPP 분산 관계를 계산한 결과가 나타나 있습니다.

지금까지는 TM 편광된 전자기파의 입사를 생각해 봤습니다. TE 편광된 전자기파가 금속-유전체 계면에 입사하면 뭐가 바뀔까요? 역시 SPP가 형성될까요? 이를 알아 보

기 위해, 위의 과정을 다시 한 번 반복하면 방정식 (2.8)과 유사한 관계식을 얻습니다.

$$E_y \left(\frac{\kappa_1}{\mu_{r1}} + \frac{\kappa_2}{\mu_{r2}} \right) = 0. \quad (2.13)$$

그렇지만, 방정식 (2.13)이 문제가 됩니다. 왜 그럴까요? 애초 파동방정식을 설정할 때, $\kappa_1, \kappa_2 > 0$ 라고 했기 때문에, $E_y = 0$ 로 나오기 때문입니다. 이렇게 되면, 계면에 수평한 전기장, 자기장 성분이 모두 0이 되기 때문에, 이를 방지하려면, 다시 $\kappa_1 = \kappa_2 = 0$ 의 조건이 필요하지만, 오히려 이렇게 되면, ‘표면에 국재한다’는, SPP 본래의 물리적 의미와는 맞지 않습니다. 즉, **TE 편광된 입사광 조건에서는 SPP가 형성될 수 없습니다.** 굳이, 방정식 (2.13)을 활용하면, 다시 방정식 (2.9)와 유사한 관계식을 얻습니다.

$$\beta^2 = k_0^2 \mu_{r1} \mu_{r2} \frac{(\mu_{r2} \epsilon_{r1} + \mu_{r1} \epsilon_{r2})}{\mu_{r2}^2 - \mu_{r1}^2}, \quad (2.14)$$

언뜻 보기에, 방정식 (2.14)는 물리적으로 큰 문제가 없어 보입니다. 하지만 방정식 (2.14)의 문제점은 무엇일까요? 비-자성물질 간의 계면에서는 $\mu_{r1} = \mu_{r2} = 1$ 일 것이므로, 방정식 (2.14)에서, $\beta \rightarrow \infty$ 입니다. 즉, SPP 파수가 무한으로 발산하여, 결국 국재 범위가 0에 접근하는 결과가 나오고, 이는 SPP가 없는 것이나 마찬가지임을 의미합니다. 맥스웰 방정식이 굉장히 대칭적인 것 같으면서도, 이렇게 편광 방식에 따라, SPP가 형성되는지 여부가 결정되는 것을 보면, 재미있지 않습니까? 일종의 대칭성 깨짐이라고도 볼 수 있습니다. 여기서 다시 한 번 기억해야 할 부분은, ‘**보통, 금속-유전체 계면에서는 TE 편광된 전자기파에 입사로는 SPP는 형성될 수 없다**’는 점입니다. 그래서 SPP를 이용한 각종 응용 실험에서 광원을 선택할 때, 입사광 편광 방식이 매우 중요합니다.

금속의 경우, 우리가 주로 활용하는 자외선-가시광-적외선 주파수 대역에서는 유전 상수가 **복소수**일 경우가 많습니다. 즉, 일반적으로 $\epsilon_{r2} = \epsilon_{r2}' + j\epsilon_{r2}''$ 로 표시된다는 의미입니다. 이 경우, 앞서 유도했던 SPP의 진행 방향 파수 (β)도,

$$\beta = k_0 \left(\frac{\epsilon_{r1} (\epsilon_{r2}' + j\epsilon_{r2}'')}{\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}' + j\epsilon_{r2}''} \right)^{1/2}$$

의 관계식을 고려해 볼 때, 역시 복소수가 되어야 합니다. 즉,

$\beta = \beta_1 + j\beta_2$ 로 표시해야 한다는 의미죠. 실수부 β_1 는 당연히 계면을 따라 전파되는 SPP 파의 진동에 해당하지만, 허수부 β_2 는 역-감쇠 거리에 해당하는 물리량을 의미하는 것입

니다. 이 말인즉슨, 결국 SPP파도 계면을 따라 무한정 전파되는 것이 아니라, 일정 거리만큼 전파되면 그 신호가 약해져서, 결국 사라진다는 의미입니다. 위에서 언급한

$\beta_1 + j\beta_2 = k_0 \left(\frac{\epsilon_{r1}(\epsilon_{r2}' + j\epsilon_{r2}'')}{\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}' + j\epsilon_{r2}''} \right)^{1/2}$ 의 관계식을 좀 더 살펴 봅시다. 복소수의 항등식 관계를

이용하여, 이 관계식은 다음과 같이 분리됩니다.

$$\beta_1 = k_0 \left(\frac{\epsilon_{r1}\epsilon_{r2}'}{\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}'} \right)^{1/2}, \quad \beta_2 = \frac{k_0\epsilon_{r2}''}{2(\epsilon_{r2}')^2} \left(\frac{\epsilon_{r1}\epsilon_{r2}'}{\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}'} \right)^{3/2}. \quad (2.15)$$

이제 다시 SPP의 파동방정식 형태를 떠올려 봅시다. z -축 방향으로 원래 $E_{xi} \sim \exp(j\beta z)$ 의 형태였음을 기억합니다. 전자기파의 신호는 진폭의 제곱에 비례하므로, 신호 강도는 $I_{xi} \sim \exp(j2\beta z) = \exp(j2\beta_1 z) \exp(-2\beta_2 z)$ 과 같이 쓸 수 있을 것입니다. 보통 전자기파의 유효한 전파 거리는 원점으로부터 신호 강도가 원래의 $1/e$ 가 되는 지점까지의 거리를 의미합니다. 그렇다면, **SPP의 전파 거리 (SPP propagation length)**, 즉 L_{SP} 는 $2\beta_2 L_{SP} = 1$ 와 같이 쓸 수 있을 것입니다. 따라서, 우리는 L_{SP} 를 다음과 같이 표현할 수 있습니다.

$$L_{SP} = \frac{1}{2\beta_2} = \frac{\lambda_0(\epsilon_{r2}')^2}{2\pi\epsilon_{r2}''} \left(\frac{\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}'}{\epsilon_{r1}\epsilon_{r2}'} \right)^{3/2}. \quad (2.16)$$

이 거리가 어느 정도인지 감을 잡기 위해, 실험에서 자주 사용하는 금속을 예로 들어 봅시다. 우선 [금-공기] 계면의 경우, 633 nm의 파장의 전자기파가 입사했을 때, L_{SP} 는 14 μm 입니다. [은-공기] 계면에서는, 같은 파장에서, L_{SP} 가 44 μm 입니다. 길다면 길고 짧다면 짧은 거리입니다. 물론 633 nm라는 입사 파장을 고려하면, 적어도 이보다, 약 20-70배 정도로 더 먼 거리이므로, 꽤 장거리라고도 할 수 있겠습니다. 그렇다면 이 정도 거리를 진행한 SPP의 운명은 어떻게 되는 것일까요? 당연히 감쇠된 신호는 그만큼 열 에너지 등으로 바뀌어서 금속 내부에서 소실됩니다.⁹ 에너지 보존 법칙에 의해, 흡수된 에너지는 열로 변하여, 다른 감지기로 측정할 수 있습니다. 이를 이용하여, 거리에 따른 손실로 인한 열 에너지 변화를 수치로 정량화할 수 있다면, SPP의 전파 거리도 측정할 수 있지 않을까? 이러한 방법을 광음향법 (photoacoustic cell method)이라고도 합니다. 보통, 장-파

⁹물론, 흡광 (absorption) 외에도 표면 거칠기 등에 의한 산란 (scattering)으로 인한 손실도 있습니다.

장의 입사광일수록 SPP의 전파 거리가 더 길어집니다.

SPP의 진행 거리에 대한 개념을 익혔으니, 이번에는 각 층으로 SPP가 얼마나 파고 들어 갈 수 있는지를 보여 주는 **투과 거리 (penetration depth)**도 한 번 알아 봐야 하지 않겠습니까? 투과 거리는 결국 x -축 방향으로 전자기파가 얼마나 깊게 들어 갈 수 있는지를 의미하는 것이므로, 앞서 보았던 κ_i 의 성질을 공부해 보면 될 것입니다. 일단, 방정식 (2.6)을 한 번 봅시다. 금속 층 내부에서는 SPP는 어떻게 국재할까요? 먼저, 방정식 (2.6)을 이용하면, $\kappa_2^2 = -\frac{k_0^2 \epsilon_{r2}^2}{\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}}$ 과 같이 쓸 수 있습니다. 또한, 앞서 살펴 보았듯, $\epsilon_{r2} = \epsilon_{r2}' + j\epsilon_{r2}''$ 이므로, κ_2 도 사실 복소수, 즉 $\kappa_2 = \kappa_2' + j\kappa_2''$ 로 표시되어야 함을 알 수 있습니다. 그러면, 간단한 복소수 항등식 계산을 통해, 아래의 관계식을 얻을 수 있습니다.

$$\kappa_2' = \frac{k_0 |\epsilon_{r2}'|}{\sqrt{|\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}'|}}, \quad \kappa_2'' = \frac{k_0 |\epsilon_{r2}''|}{\sqrt{|\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}'|}}. \quad (2.17)$$

이 중에서 실제로 감쇠에 관여하는 성분은 κ_2' 입니다 (x -방향으로는 SPP의 파동방정식이 $E_x \sim \exp(\kappa_2 x)$ 로 (부호 주의) 표시되었음을 생각해 보시기 바랍니다.). κ_2'' 는 물론, 허수부에 포함되어 있기 때문에, 금속 내부로의 전기장의 진동에 기여를 할 것이지만, 금속은 일반적으로 $|\epsilon_{r2}'| \gg |\epsilon_{r2}''|$ 이어서, $\kappa_2' \gg \kappa_2''$ 이기 때문에, 진동 주기가 매우 길어서, 진동항은 거의 무시되고, 따라서, 금속 내부로의 투과 전기장 진폭은 단순한 지수 함수 형태로 감쇠하는 양태를 보입니다. 따라서 실제 금속층 내부로의 SPP의 투과 깊이 d_2 는 아래와 같이 계산될 수 있습니다 (관점에 따라, 분모에서 factor 2를 고려하지 않을 수도 있습니다).

$$d_2 = \frac{1}{2\kappa_2'} = \frac{\lambda_0}{4\pi} \sqrt{\frac{|\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}'|}{\epsilon_{r2}^2}}. \quad (2.18)$$

여기서, d_2 는 **표면 깊이 (skin depth)**라고도 합니다. 이 깊이에 어느 정도인지 감을 잡기 위해, 많이 사용되는 금속의 예를 고려해 봅시다. 633 nm 파장의 전자기파가 입사하였을 때, [금-공기] 계면에서, 금 층 내부로의 투과 깊이는 27 nm이고, [은-공기]의 경우, 은 층 내부로의 투과 깊이는 24 nm 입니다. 상당히 얇아 보이지만, 금속 박막 (metal thin film)을 보통 20-30 nm 두께로 제작하는 것을 생각해 보면, 이 정도 투과 깊이는 금속 박막

한 쪽 면에서 다른 쪽 면으로, SPP가 채 감쇠되기도 전에, ‘투과’될 수 있음을 의미하는 것입니다. 비슷한 방식으로, 이번에는 유전체 내부로의 SPP 투과 깊이를 알아 봅시다. 마찬가지로 방정식 (2.6)에 의해, $\kappa_1^2 = -\frac{k_0^2 \epsilon_{r1}^2}{\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}}$ 임을 알 수 있고, 금속 투과 깊이와 비슷한 계산 과정을 거쳐, 아래의 관계식을 얻을 수 있습니다.

$$d_1 = \frac{1}{2\kappa_1'} = \frac{\lambda_0}{4\pi} \sqrt{\frac{|\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}'|}{\epsilon_{r1}^2}}. \quad (2.19)$$

특히, 유전체 내부로의 투과 깊이 d_1 는 **SPP 모드 크기 (SPP mode size)**라고도 합니다. 물리적으로, SPP 모드 크기가 작을수록, SPP가 계면에 더 강력하게 국재하고 있음을 의미합니다. 이제, SPP 형성을 위한 필요 조건 중, $\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}' < 0$ 을 생각해 봅시다. 그렇다면, $\epsilon_{r1}^2 < \epsilon_{r2}'^2$ 일 것이고, 따라서, 일반적인 [유전체-금속] 조합에서는, $d_1 > d_2$ 일 것입니다. 그러므로, 금속의 SPP 투과 깊이는 유전체의 투과 깊이에 비해 매우 얕습니다. 예를 들어, 1.53 μm 파장의 외부 입사광에 대해, [은-공기] 계면에서, $d_1 \sim 1 \mu\text{m}$ 이고, 850 nm 파장의 입사광에 대해, [은-SiO₂] 계면에서는 $d_1 < 200 \text{ nm}$ 으로 계산됩니다. 수 십 nm 정도의 투과 깊이를 갖는 금속에 비해, 유전체 내부로의 투과 깊이는 10-50배 정도 더 깊다는 것을 알 수 있습니다. 따라서, 유전체를 박막으로 만들 경우, 두께를 100 nm 정도로 만들면, SPP가 충분히 국재되지는 않을 것입니다. 그림 2.3에는 [금속-유전체] 간 계면에서, SPP의 전파 거리와 투과 깊이 개념이 종합적으로 표현하였습니다.

이상으로 일단 SPP의 기본 개념과 이론을 살펴 보았습니다. 방정식이 여러 개 나와서 복잡해 보이지만, 실상 2D 맥스웰 방정식을 금속-유전체 사이에서 경계 조건을 활용하여 계산한 것에 지나지 않습니다. 그렇지만, 그 과정에서 SPP라는 흥미로운 개념을 익힐 수 있었습니다. 그러나 서두에 언급했듯, SPP는 금속 표면에 빛을 쬐어 준다고 바로 생기지는 않습니다. SPP를 형성시키고, 이것을 활용하려면 조금 더 특별한 전략이 필요합니다. 그리고, SPP가 일단 형성되면 꽤나 흥미로운 응용 특성을 보입니다. 그것은 2.2절에서 조금 더 자세하게 알아 보도록 하겠습니다.

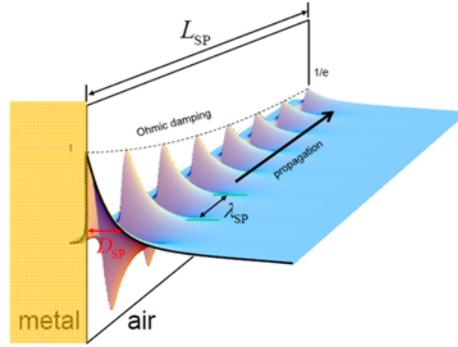


그림 2.3. [금속-공기] 사이의 계면을 따라 진행되는 표면파 SPP의 파장 ($\lambda_{SP} = 2\pi/\beta$), 전파 거리 (L_{SP}) 및 투과 거리 (모드 크기, $D_{SP} (= d_1)$)의 모식도.

2.2. Excitation and detection of surface plasmon polariton

2.1절에서 살펴 보았듯, SPP는 기본적으로 [금속-유전체] 사이의 평평한 계면에서, 가시광-근적외선 대역의 주파수를 갖는 입사 전자기파에 의해 형성되는 표면파입니다. 그렇지만, 앞서 언급했듯, 외부 입사광을 그저 금속 표면에 쬐어 준다고 해서, 바로 SPP가 형성되는 것은 아닙니다. 왜 그럴까요? 일단 그림 2.4를 살펴 봅시다. 그림에서 x -축은 파수의 실수부, y -축은 입사광의 각-주파수 (ω)를 의미합니다. 위쪽 빨간 실선 곡선은 Drude 모형에서 예측하는 유전체 덩어리의 분산 관계이고, 빨간 대쉬선은 유전체 내부에서의 유전 상수의 실수부가 상수라고 가정했을 때의 전자기파의 빛 선 (light line)입니다. 아래 쪽 빨간 실선 곡선은, 앞서 살펴 본, SPP의 분산 관계를 그린 것입니다. ω_e 의 주파수를 갖는 전자기파가 금속-유전체 계면에 입사하였을 때, SPP의 진행 방향 파수의 실수부 β_1

는 방정식 (2.11)와 (2.15)에 따라, $\beta_1 \approx \frac{\omega_e}{c_0} \left(\varepsilon_{r1} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_e^2} \right) / \left((\varepsilon_{r1} + 1) - \frac{\omega_p^2}{\omega_e^2} \right) \right)^{1/2}$ 가 될 것입

니다. 이는, 나아가, 방정식 (2.12)에 의해, $\beta_1 \approx \frac{\omega_e \sqrt{\varepsilon_{r1}}}{c_0} \left(\frac{\omega_{sp}}{\omega_p} \right) \left(\frac{\omega_p^2 - \omega_e^2}{\omega_{sp}^2 - \omega_e^2} \right)^{1/2}$ 로 쓸 수 있습

니다. 그런데, 유전체에 입사된 전자기파의 빛 선 (light-line)에서 얻을 수 있는 기본 파수

(k_{d1})는 $k_{d1} = \frac{\omega_e}{c_0} \sqrt{\varepsilon_{r1}}$ 이고, 따라서, $\frac{\beta_1}{k_{d1}} \approx \left(\frac{\omega_{sp}}{\omega_p} \right) \left(\frac{\omega_p^2 - \omega_e^2}{\omega_{sp}^2 - \omega_e^2} \right)^{1/2}$ 입니다.

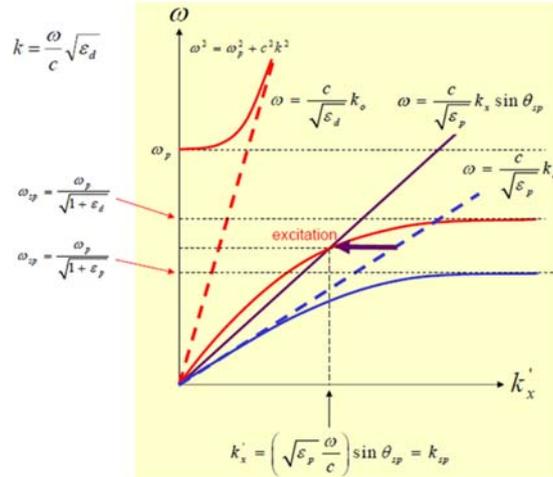


그림 2.4. [금속-유전체] 계면의 파수와 각-주파수의 분산 관계 (dispersion relationship)도

이 관계식으로부터, β_1/k_{d1} 는 $\omega_e = 0$ 에서 $\beta_1/k_{d1} = 1$, 그리고 ω_e 가 ω_{sp} 에 접근할 때 $\beta_1/k_{d1} \rightarrow \infty$ 의 특성을 보이기 때문에, 항상 $\beta_1/k_{d1} \geq 1$ 입니다. 이는 그림 3.4의 그래프에서도 확인할 수 있습니다. 즉, 원-거리장 형태의 전자기파 입사만으로는, 운동량이 항상 부족하여 (즉, $k_{d1} < \beta_1$) SPP를 형성시키는 것이 불가능합니다. 그렇다면 어떻게 SPP를 형성시킬 수 있을까요? 당연히 운동량을 어디에선가 끌어 와서 더해 주면 되지 않을까요? 그렇다면, 어떻게 가져 올 수 있을까요?

먼저 그림 2.5와 같이, 다른 유전 상수 (ϵ_{r3})를 갖는 유전체 (매질 3)으로 만들어진 프리즘을 생각해 봅시다. 만약 프리즘의 유전 상수가 원래 금속과 맞닿아 있는 유전체 (매질 1)의 유전 상수보다 크다면 어떨까요? (즉, $\epsilon_{r3} > \epsilon_{r1}$) 그렇다면, 프리즘 재료에서의 전자기파 분산 관계식 $k_{d3} = \frac{\omega_e}{c_0} \sqrt{\epsilon_{r3}}$ 에서 (그림 2.5 아래 그래프의 파란 실선), $k_{d3} > k_{d1}$ 임을 알 수 있습니다 (왜냐하면, $\epsilon_{r3} > \epsilon_{r1}$ 이니까요).

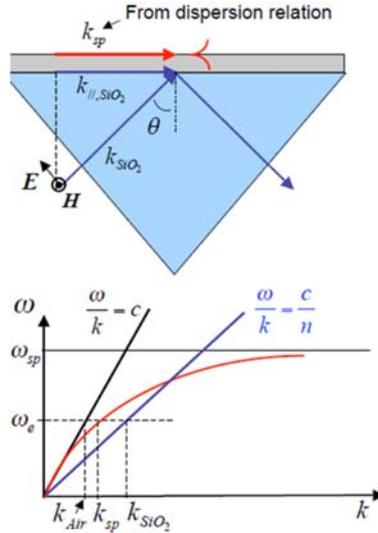


그림 2.5. (위) 유전 상수가 다른 유전체 프리즘 (ϵ_{r3})과 금속-유전체 (ϵ_{r1})계면의 조합 개념도 (아래) 유전체 프리즘을 아래에 덧댄 시스템의 전자기파 분산 관계 (파란 실선은 프리즘 유전체 3의 빛 선 (light line), 검은 실선은 유전체 1의 빛 선 (여기서는 유전체 1을 공기로 가정), 빨간 곡선은 유전체 1-금속 계면의 분산 관계)

만약, 충분히 큰 ϵ_{r3} 이라면, 주어진 ω_e 에 대해 $k_{d1} < \beta_1 < k_{d3}$ 의 관계를 만족시키는 경우가 생길 수도 있을 것입니다. 물론 이러한 관계가 만족된다고 해서, [유전체 1-금속 계면]에 SPP가 바로 형성되는 것으로 오해하면 안 됩니다. 운동량 보존을 다시 한번 생각해 보시기 바랍니다. 엄연히, 전자기파는 먼저 유전체 3의 프리즘으로 비스듬하게 입사 (물론 TM 편광 입사광입니다.)했기 때문이죠. 유전체 1과는 아직 직접적으로 만나지는 않은 상황인 것입니다.

여기서 핵심은 프리즘을 거치면서 **비스듬하게 입사**하는 전자기파 중, 금속과 프리즘의 계면에 수평인 파수 성분, 즉 $k_{d3} \sin \theta$ 입니다. 비스듬하게 입사시키기 위해, 단순한 박막 형태가 아닌, '프리즘' 같이 비스듬한 구조의 유전체가 필요한 것입니다. $\beta_1 < k_{d3}$ 의 관계가 만족되는 상황에서, 입사각 θ 를 잘 조절하면, 어느 각도에서는 $\beta_1 = k_{d3} \sin \theta$ 의 관계식이 딱 맞아 떨어질 수도 있습니다. 마치, 당구 칠 때, 각을 잘 맞추면, 운동량이 기가 막히게 전달되어, 멀리 떨어진 백구를 치는 상황과 유사합니다. 즉, 원-거리장으로는 [유전체 1-금속] 계면에서 SPP가 형성이 안 되니, 입사 전자기파의 운동량을 더 크게 만들어 줄 수 있는 유전체 3을 준비하고 입사각을 조절함으로써, SPP를 형성시킨다는 전략입니다. 이 때 잊지 말아야 할 것은, 유전체 3에서 유도된 $k_{d3} \sin \theta$ 만큼의 파수를 가진

전자기파가 금속 박막을 '투과'하여, 건너편의 [유전체 1-금속] 계면까지, 감쇠되기 전에, 전달되어야 한다는 것입니다. 이러한 파수 전달을 **감쇠파에 의한 역이 (evanescent excitation)**라고 합니다. 아무리, $\beta_1 = k_{d3} \sin \theta$ 의 관계식을 만족시키는 상황이라도, 금속 박막이 너무 두꺼우면, 금속 내부로 투과가 충분히 이루어지지 못하여, SPP가 형성되기에 충분한 강도의 전자기파가 [유전체 1-금속] 계면에 도달하지 못할 것입니다. 실제로 실험을 해 보면, 특정한 각도에서는 [유전체 1-금속] 계면에서 SPP가 강하게 형성되어 (즉, 공명을 일으켜), 입사광이 프리즘으로부터 다시 반사되어 나오는 강도가 똑 떨어지는 것을 볼 수 있습니다. 반사도가 최저가 되는 각도를 관찰하면, $k_{d3} \sin \theta$ 를 계산할 수 있고, 이를 통해 β_1 를 알 수 있으며, 금속 특성을 알고 있다면, 유전체 1의 유전 상수를 역으로 측정할 수도 있습니다. 또한, 유전체 1의 표면에 다른 물질이 묻어 있다면, 묻어 있는 정도 (즉, 농도)에 따라, 유전체의 유효 유전 상수 (effective dielectric constant)가 바뀔 것이므로, 생체 분자나 화학 물질의 미량의 농도를 탐지할 수 있는 일종의 고감도 센서¹⁰로 활용될 수 있는 특성이 나타납니다. SPP를 고감도 센서 메커니즘의 원동력으로 활용하기 위해서는 [프리즘-금속-유전체] 시스템이 특정한 주파수의 외부 전자기파에 대하여 보이는 반사도 (reflectance, R) 자체의 변화, 혹은 반사도를 최소로 만드는 입사각의 변화, 혹은 고정된 입사각에서 반사도를 최소로 만드는 외부 입사광의 파장의 미세한 변화 등이 감지될 수 있으면 됩니다. [프리즘-금속-유전체] 시스템에서는 세 가지 종류의 매질이 필요하므로, 이를 위해서는 두 개의 계면에서의 반사도에 대한 이해가 필요합니다. 그리고 이 반사도가 최소가 되는 경우에 대한 이해가 필요합니다.

이해를 위해, 일단 전자기파의 위상 (phase)부터 복습해 봅시다. 일단 일반적인 파동방정식 형태의 전기장은 $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(j(k_x x + k_z z - \omega t))$ 로 표현할 수 있습니다 (여기서, y -축 방향으로 homogeneous 하다고 가정합니다). 이 전자기파를 원래 (x_0, z_0) 의 위치에서, (x_1, z_1) 의 위치로 옮긴다고 생각해 봅시다. 그러면 전자기파의 전기장 성분은 $\mathbf{E}_0 \exp(j(k_x x_0 + k_z z_0 - \omega t))$ 에서 $\mathbf{E}_0 \exp(j(k_x x_1 + k_z z_1 - \omega t))$ 가 될 것입니다. 옮긴 후의 전기장 성분을 원래의 위치에 대해 상대적으로 변한 것으로 생각하여, $\mathbf{E}_0 \exp(j(k_x x_0 + k_z z_0 + \Delta\phi - \omega t))$ 형태 같이 위상차 $\Delta\phi$ 를 활용하여 표현한다면 어떨까요?

¹⁰이를 **surface plasmon resonance (SPR)** 센서라고 합니다.

그렇다면, 위상차 $\Delta\phi$ 는 $\Delta\phi = k_x(x_1 - x_0) + k_z(z_1 - z_0)$ 로 쓸 수 있을 것입니다. 이를 일반적인 모양으로 확장하면, 위치 변화 $\Delta\mathbf{r}$ 에 의한 전자기파의 위상차 $\Delta\phi$ 는 일반적으로 $\Delta\phi = \mathbf{k} \cdot \Delta\mathbf{r}$ 로 표현할 수 있을 것입니다.

이제, 이를 기반으로, 그림 2.6에 묘사된, 세 매질에서의 반사와 투과에 대해 알아 봅시다. 그림에서 매질 1은 유전체 프리즘, 매질 2는 얇은 두께 d 의 금속, 매질 3은 공기 혹은 다른 유전체라고 생각하면 됩니다. 이 때, 매질 1과 2의 계면에서 처음 반사되는 전자기파의 성분 A, 그리고 매질 2를 투과했다가, 다시 매질 2와 3의 계면에서 반사되고, 매질 1과 2의 계면을 투과해서 나오는 전자기파의 성분 B의 관계를 생각해 봅시다. 전자기파의 경계 조건을 이용하여 계면에 수평인 파수는 보존되어야 합니다. 또한, A파와 B파는 x -방향으로 동일한 거리를 움직였습니다. 그렇다면 A파 B파의 x -방향으로의 진행으로 인한 위상차, 즉 $\Delta\phi_x = \Delta x k_x$ 는 $\Delta\phi_x = 0$ 일 것입니다. 그러나 z -방향은 어떨까요? A파는 매질 2를 왕복하지 않았지만, B는 매질 2를 왕복 후에, 다시 투과되어 나온 상황입니다. 그렇다면 A파에 대해, B파는 상대적으로 z -방향으로의 추가적 움직임에 의한 위상차, $\Delta\phi_z = \Delta z k_z = 2dk_{z_2}$ 가 발생할 것입니다. 따라서, 전체 위상차는 $\Delta\phi = \Delta\phi_B - \Delta\phi_A = 2dk_{z_2} = 2dk_0 n_2 \cos\theta_2$ 로 쓸 수 있을 것입니다.

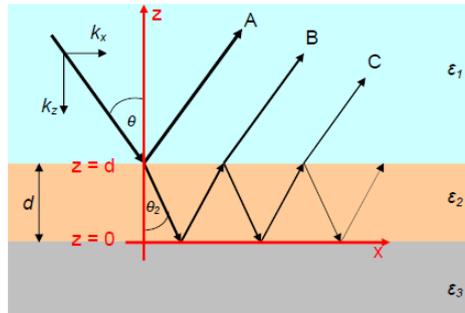


그림 2.6. 두 개의 계면 (매질 1과 2, 매질 2와 3)에서 반사 혹은 투과되는 전자기파의 모식도

이를 이용하여, A파를 기준으로, B파의 전기장 성분 변화를 아래 같이 예측할 수 있습니다.

$$E_B = E_i t_{12} r_{23} t_{21} \exp(j\Delta\phi). \quad (2.20)$$

위 식에서 r_{ij} 와 t_{ij} 는 각각 매질 i 에서 매질 j 로의 프레넬 반사 혹은 투과 계수를 의미합니다. 마찬가지로, 당연히, A파의 전기장 성분은 $E_A = E_i r_{12}$ 로 쓸 수 있습니다. C파의 전기장 성분은 어떨까요? 방정식 (2.20)과 비슷하게 쓸 수 있지 않겠습니까? 네. 그렇습니다. $E_C = E_i t_{12} r_{23} r_{21} r_{23} t_{21} \exp(j2\Delta\phi)$ 와 같이 표현될 수 있을 것입니다. 단순히, 각 기여분을 곱한 형태일 뿐입니다. 이런 식으로 계속 계면과 계면 사이를 왕복하면서 투과와 반사를 반복하다가 다시 매질 1으로 나오는 전기장 성분들이 생겨날 것입니다. 이들을 다 합친 값이 결국 매질 1에서 측정하는 반사광의 전기장 성분 (E_r)이 될 것임을 알 수 있습니다. 이들의 합은 무한등비급수 공식을 이용하여 아래와 같이 쓸 수 있습니다.

$$\frac{E_r}{E_i} = \frac{E_A + E_B + E_C + \dots}{E_i} = r_{12} + \frac{t_{12} t_{21} r_{23} \exp(j2\Delta\phi)}{1 - r_{23} r_{21} \exp(j2\Delta\phi)}. \quad (2.21)$$

또한 프레넬 반사 혹은 투과 계수의 공식을 이용하여 $r_{12} = -r_{21}$ 와 $t_{12} t_{21} - r_{12} r_{21} = 1$ 같은 관계식도 활용할 수 있습니다. 이 관계식들과 방정식 (2.21)로부터, 다음과 같은 간단한 관계식을 얻을 수 있습니다.

$$r_{123} \equiv \frac{E_r}{E_i} = \frac{r_{12} + r_{23} \exp(j2\Delta\phi)}{1 + r_{12} r_{23} \exp(j2\Delta\phi)}. \quad (2.22)$$

마찬가지로, 투과 계수에 대해서도 비슷한 과정을 거쳐서 아래와 같은 간단한 관계식을 얻을 수 있습니다.

$$t_{123} \equiv \frac{E_t}{E_i} = \frac{t_{12} t_{23} \exp(j2\Delta\phi)}{1 + r_{12} r_{23} \exp(j2\Delta\phi)}. \quad (2.23)$$

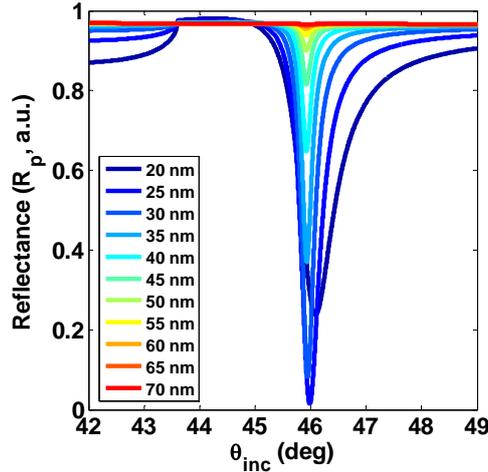


그림 2.7. 표면 플라즈몬 공명 (surface plasmon resonance, SPR) 측정을 위한 [유전체 프리즘 ($\epsilon_{r1} = 2.10$)-은 박막 ($\epsilon_{r2} = -12.776 + 0.44j$)-공기 ($\epsilon_{r3} = 1$)] 시스템에서, 546.1 nm 파장의 전자기파 입사각 (θ_{inc})에 따른 TM 편광 입사광의 총 반사도 (R_p)의 관계. 범례는 은 박막의 두께 (d)

방정식 (2.22)를 이용하여, 실제로 TM 편광된 입사광의 두 계면으로부터의 총-반사도 R_p 를 계산할 수 있습니다. 그림 3.7에는 입사 파장 546.1 nm의 전자기파가 $\epsilon_{r1} = 2.10$ 의 유전 상수를 갖는 프리즘을 통과하여, 은 ($\epsilon_{r2} = -12.776 + 0.44j$)과 공기층 ($\epsilon_{r3} = 1$)에서 반사될 때의 총-반사도 R_p 를 계산한 결과가 나타나 있습니다. 그림에서 보듯이, 65 nm 이하 두께의 은 박막을 사용할 경우, $\theta_{inc} \sim 46^\circ$ 근처에서 가장 낮은 R_p 를 보이는 것을 볼 수 있습니다. 실제로, 은 박막 두께에 따른 최저 반사도와 그에 해당하는 입사각의 관계를 그림 2.8에 보였습니다. 그림에 나타난 바와 같이, 은-박막의 두께가 두꺼워질수록, [프리즘-은] 계면에서의 반사도의 기여 분이 커져, 전체적인 반사도가 증가하여, 마침내 거의 1에 근접하게 됩니다. 다시 말해, 은 박막이 너무 두꺼우면, 감쇠파에 의한 파수 전달이 어려워지고, 따라서 [은 박막-공기] 계면에서 SPP가 형성되기 힘들어짐을 의미합니다. 반면, 은 박막 두께가 너무 얇으면 (예를 들면, 25 nm 이하), 다시 최저 반사도가 올라 가는데, 이는 발산에 의한 손실 때문에 그렇습니다. 박막이 너무 얇으면, 금속 나노입자에서 나타나는 국재 표면 플라즈몬 공명 (localized surface plasmon resonance, LSPR) 같은 현상이 관찰됩니다. 반사도의 최솟값은 은 박막 두께의 함수이기 때문에, 그 중에서도 최소의 반사도를 가장 작게 만들어 주는 최적의 은 박막 두께가 있을 것입니다.

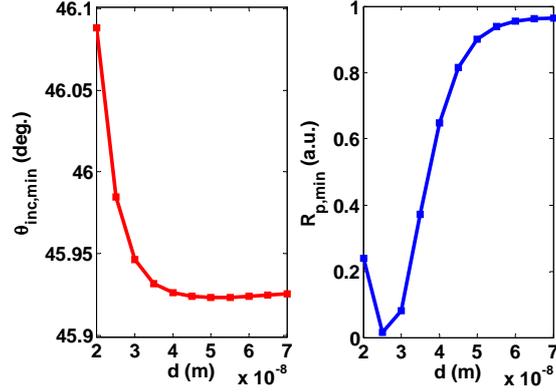


그림 2.8. 3.7의 시스템에서, 은 박막 두께에 따른 R_p 의 최저값 ($R_{p,\min}$) 관계도 (오른쪽 그래프)와, 그에 해당하는 입사각 ($\theta_{inc,\min}$)-두께 관계도 (왼쪽 그래프).

본 예에서는, 최소 반사도가 제일 작아지는 은 박막 두께가 26.5 nm 정도로 계산되고, 이 두께에서는 반사도가 거의 0 ($R_p \sim 10^{-5}$)이 됩니다. 그렇다면, 특정한 입사각에서 반사도가 최소가 된다는 것은 물리적으로 어떤 의미일까요? 앞서 보인 대로, 적절한 입사각에서는 $\beta_1 = k_0 \sqrt{\epsilon_{r,prism}} \sin \theta_{inc} = k_0 \sqrt{\epsilon_{r1}} \sin \theta_{inc}$ 의 조건이 만족될 수 있다고 하였습니다. 또한,

방정식 (2.10)에서, $\beta_1 = k_0 \left(\frac{\epsilon_{r3} \epsilon_{r2}'}{\epsilon_{r2}' + \epsilon_{r3}} \right)^{1/2}$ 이므로, $\epsilon_{r1} \sin^2 \theta_{inc} = \frac{\epsilon_{r3} \epsilon_{r2}'}{\epsilon_{r2}' + \epsilon_{r3}}$ 입니다. 여기에, 위에

서 활용한 프리즘, 은 박막, 공기층의 유전 상수 조건을 활용하면 (즉, $\epsilon_{r1} = 2.10$, $\epsilon_{r2} = -12.776$, $\epsilon_{r3} = 1$), $\theta_{inc} = 45.92^\circ$ 임을 계산할 수 있습니다. 이 값은 그림 3.8에서 찾은 $\theta_{inc,\min}$ 의 범위와 거의 일치합니다. 이는 우연의 일치가 아닌, **표면 플라즈몬 공명 (SPR)** 조건을 만족시켰기 때문에 나오는 결과입니다. 이 조건은 방정식 (2.22)로부터, 아래 식을 만족시키는 입사각을 찾음으로써 확인될 수 있습니다.

$$R_p = r_{123} \cdot r_{123}^* = 0 \rightarrow \left(\frac{k_{z2}}{\epsilon_{r2}} + \frac{k_{z1}}{\epsilon_{r1}} \right) \left(\frac{k_{z3}}{\epsilon_{r3}} + \frac{k_{z2}}{\epsilon_{r2}} \right) + \left(\frac{k_{z1}}{\epsilon_{r1}} - \frac{k_{z0}}{\epsilon_{r0}} \right) \left(\frac{k_{z3}}{\epsilon_{r3}} - \frac{k_{z2}}{\epsilon_{r2}} \right) \exp(j2\Delta\phi) = 0. \quad (2.24)$$

위에서 살펴 본 원리에 의해, [유전체 3-금속] 계면에서, 유전체 3의 표면에 특정한 분자 등이 붙어서, 유전 상수가 바뀌게 될 경우, 반사도의 최솟값을 이루는 입사각에 변화가 생기거나, 고정된 입사각에서 측정되는 반사도가 변하게 되어, 이를 변환하면 미량의 분자 농도를 정량적으로 추정할 수 있게 됩니다. 이것이 SPR 센서의 원리입니다.

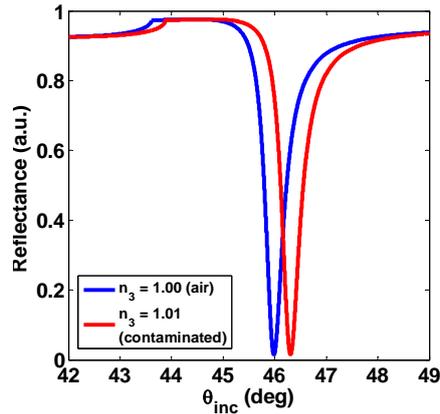


그림 2.9. 3.7의 시스템에서, 유전체 3의 미세한 굴절률 변화에 따른 TM 입사광의 총 반사도 (R_p)의 변화.

예를 들어, 금속 표면에 공기가 아닌, 미량의 화학 물질이 붙음으로 인해, 유전체3의 유효 굴절률 (effective refractive index)가 1.00에서 1.01로 바뀐 상황을 생각해 봅시다. 이 경우, 똑같이 반사도를 측정하면 그림 2.9와 같이, 반사도가 최솟값이 되는 입사각에 있어 눈에 띄는 변화가 생깁니다 ($45.99^\circ \rightarrow 46.31^\circ$). 혹은, 입사각을 원래 (reference) 반사도의 최솟값을 유도하는 45.99° 로 고정했을 경우, 반사도 자체에는 더 큰 변화가 생깁니다 ($10^{-5} \rightarrow 0.7521$). 따라서, $\theta_{inc,min}$ 의 변화 혹은 고정된 $\theta_{inc,min}$ 에서의 R_p 변화 측정으로, 화학 물질의 농도 변화를 정량적으로 추정 (측정)할 수 있는 것입니다.

프리즘 외에도, 전자기파 운동량의 증가를 통해, SPP를 형성시킬 수 있는 실험적인 전략이 여러 개 더 있습니다. 연구자들이 참 열심히 연구하지 않았겠습니까? 대표적인 것으로 그림 2.10에 나타낸 **창살 (그레이팅, grating)**을 활용한 전략 (이를 grating-coupling geometry라고 합니다)이 있습니다. 창살의 기본적인 원리는 금속-유전체 계면을 평평하게 만드는 것 대신, **주기적인 요철 구조**로 만드는 것입니다. 요철 구조를 만들기 위해, 지그재그의 모양도 가능하고, 나노입자의 주기적인 배열체 (2D periodic array of nanoparticles)도 활용 가능합니다. 요철 구조의 주기 P 는 일종의 built-in 운동량을 제공합니다.

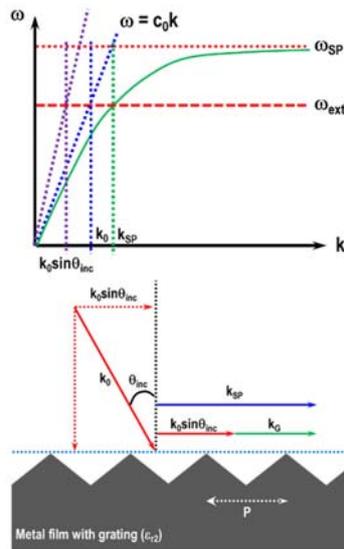


그림 2.10. 창살 (grating)을 활용한 SPP 형성 전략 개념도

즉, **블로흐 (Bloch) 구조**와 유사한 구조가 생성될 수 있습니다. 주기적인 구조를 갖는 창살이 표면에 있는 경우, 계면을 따라 진행되는 SPP파의 파수는 양의 방향 혹은 음의 방향으로 창살 구조로 인한 파수만큼 평행 이동할 수 있습니다. 그 이유는, 조건만 맞으면 (즉, 이웃한 요철 구조의 계면에 형성된 SPP 표면파와 2π 의 위상차가 보장되면), 보강 간섭을 이룰 수 있기 때문입니다. 보강 간섭 조건을 만족시키는 관계식은 $k_{SP} = k_d \sin \theta + m k_G$, $k_G \equiv 2\pi / P$ ($k_{SP} \equiv \beta_1$, 여기서 k_G 를 단위 창살 벡터 (unit grating vector)라고 합니다. m 은 정수)임을 알 수 있습니다. 예를 들어, 그림 3.10에는 $k_{SP} = k_d \sin \theta + k_G$ 을 만족시키는 경우를 표현하였습니다. 주어진 P 에 대해, 입사각 θ 를 변화시키면서, SPP가 형성되는 각도를 찾을 수 있습니다. 이것이 창살을 이용한 SPP 형성 전략의 핵심입니다.