

원하는 닫힌루프 시상수를 갖기위한 PID 제어기 조율법

이용호, 이문용*, 박선원
한국과학기술원 화학공학과, 영남대학교 화학공학과*

A Tuning Method for a PID Controller
to Give a Desired Closed-Loop Time Constant

Yongho Lee, Moonyong Lee*, Sunwon Park
Dept. of Chem. Eng., KAIST, Dept. of Chem. Eng., Yeungnam Univ.*

서론

PID 제어기는 현대의 화학공정에서 사용되고 있는 제어기의 90 % 이상을 차지하는 대표적 제어기로서 전체공정의 운전효율과 안정성은 이러한 PID 제어기 조율값에 따라 크게 달라지게 된다. 이와 같은 이유로 PID 제어기에 대한 조율기준과 방법에 대한 연구는 PID 제어기 출현 이래 활발히 진행되어 왔다. 한편 대부분의 화학공정에서의 적합한 조율기준은 설정점 변화나 외란에 대해 공정변수가 overshoot 없이 신속하게 설정점을 유지하는 것이라 할수 있으며 이는 결국 원하는 과도감쇠 형태의 닫힌루프 응답을 보이도록 PID 제어기를 조율해 줌으로써 가능하다. 이러한 기준의 대표적 조율방법은 직접합성법 (Direct Synthesis) [1,2] 과 내부모델제어 (IMC) 에 근거한 조율법 [3] 을 들 수 있다. 이러한 접근방법은 특정한 공정모델 형태에 대해서는 정확한 PID 제어기 구조를 얻을수 있으나 공정에 시간지연항이 포함된 공정의 경우에는 유도되는 제어기가 PID 제어기 구조를 갖지않게 되며 이 경우 전 매개변수 영역에 걸쳐 가장 근사적인 PID 제어기 구조를 갖는 조율변수 함수 형태를 구하는 것이 주요 관건이 된다.

본 연구는 화학공정의 가장 일반적인 형태인 일차시간지연 특성을 가지는 공정에 대해 닫힌루프응답이 원하는 시상수를 가장 잘 따라가도록 하기위한 PID 제어기 조율법을 제안하고 그 성능을 기존의 방법들과 비교, 분석하는데 그 목적이 있다.

직접합성법에 의한 조율

되먹임 제어전략은 고전적 되먹임 제어와 내부모델제어구조로 달리 표현될 수 있으며 두 구조 사이의 제어기와 닫힌루프 응답 함수 간의 관계는 쉽게 유도되어진다. 공정의 열린루프 전달함수 G 가 $G = \frac{K}{(\tau s + 1)} e^{-\theta s}$ 일때 닫힌루프 전달함수 G_{CL} 가 $G_{CL} = \frac{1}{(\lambda s + 1)} e^{-\theta s}$ 의 응답을 정확히 따르도록 하기위한 고전적 되먹임 제어구조에서의 제어기 C 는

$$C = \frac{\tau s + 1}{K(\lambda s + 1 - e^{-\theta s})} \quad (1)$$

로 유도된다. 이 제어기는 물리적으로 실현가능한 구조를 갖고 있으나 PID 제어기 구조와는 일치하지 않는다. 위의 제어기를 PID 제어기 구조로 단순화하기 위한 일반적인 첫단계는 시간지연 보상항인 $e^{-\theta s}$ 를 truncation 오차 정밀도가 $O(s^3)$ 인 1/1 Pade 근사식으로 대체하는 것이다. Smith [2]은 이 경우 Industrial PID 제어기 형태가 됨을 보인바 있다. 그러나 공정의 시간지연이 증가하는 경우 Dahlin 방법에 의한 조율값(표1 참조)들은 truncation 오차가 $O(s)$ 로 유도된 조율값과 동일하게 되며 결과적으로 조율값들은 실제 최적값에서 점점 벗어나게 된다.

IMC 조율법 분석

한편 내부모델제어 구조에서의 제어기 G_c 는 공정모델을 비최소위상항과 최소위상항으로 분해하여 최소위상항의 역수에 적절한 저대역필터를 곱한 형태로 설계된다. 만약 시간지연항을 1/1 Pade 근사식으로 대체하는 경우에 일반적인 IMC 설계기준에 의한 G_c 는

$$G_c = \frac{(ts+1)(\frac{\theta s}{2} + 1)}{K(\lambda s + 1)} \tag{2}$$

가 되고 이를 고전적 제어기 C 로 변환하면 정확한 PID 제어기 구조를 갖게되며 그로부터 일차시간지연공정에 대한 IMC 조율값이 표 1 과 같이 결정된다. 이때 IMC 조율법에 의한 조율된 제어기에 의한 닫힌루프 전달함수는 다음과 같이 유도된다. 즉

$$G_{CL} = \frac{(\frac{\theta}{2}s + 1)e^{-\theta s}}{(\lambda + \frac{\theta e_m}{2})s + 1 + e_m} \quad \text{where} \quad e_m = e^{-\theta s} - \frac{1 - \frac{\theta}{2}s}{1 + \frac{\theta}{2}s} \tag{3}$$

위의 식에서 알수 있듯이 시간지연항이 지배적일수록 원하는 닫힌루프 전달함수 형태에서 크게 벗어나게 될뿐 아니라 1/1 Pade 근사식에 의한 오차 e_m 이 전혀 없다고 가정하더라도 닫힌루프 응답은 원하는 전달함수 형태에 lead 항이 추가된 형태가 되며 따라서 원하는 닫힌 루프 시상수를 가진 응답 보다 과도한 응답이 나타나게 된다.

한편 1/1 Pade 근사식을 적용하는 경우 원하는 닫힌루프 응답형태를 보다 정확히 얻기 위한 IMC 제어기는 최소위상항에서 $(\frac{\theta s}{2} + 1)$ 이 제외되도록 정해주어야 함을 알수 있다. 이와같이 설계된 제어기 적용시의 닫힌루프 전달함수는 아래와 같다. 즉

$$G_{CL} = \frac{e^{-\theta s}}{\lambda s + 1 + e_m} \tag{4}$$

위의 식은 보다 넓은 매개변수 영역에서 원하는 닫힌루프응답에 좀더 근사하고 있음을 알 수 있다. 이 제어기와 동등한 고전적 되먹임 제어구조에서의 제어기 C 형태는 (1) 식이 됨을 쉽게 알 수 있다.

Long Division 에 의한 PID 제어기 조율법

(1) 식을 보다 가깝게 근사하는 PID 제어기 구조는 long division 에 의해서 구할 수 있다. 즉 (1) 식을 long division 에 의해서 전개한 후 s^3 항 이후를 제거하면 (1) 식의 truncation 오차 정밀도는 $O(s^3)$ 로 유지되며 이 결과는 PID 제어기 구조와 일치하게 된다. 이러한 방법에 의해 유도된 PID 제어기 조율식을 표 1 에 나타내었다. 표에 제시된 식에서 알 수 있듯이 시간지연이 없는 경우는 smith 방법이나 IMC 방법과 동일해 지며 λ 가 0 으로 가는 경우에도 K_C 의 상한치가 존재함을 알 수 있다. 한편 특이한 점은 최적 τ_i 와 τ_D 가 τ 나 θ 만의 함수가 아니라 닫힌루프 시상수 λ 에도 의존된다는 점이며 이는 Smith 방법이나 IMC 방법과 같은 기존의 조율방법들의 결과와는 다른 결과이다. 실제로 원하는 닫힌루프 응답을 위한 최적조율값들을 최적화를 수행하여 직접 구했을 때의 결과도 τ_i 와 τ_D 가 τ 나 θ 만의 함수가 아니라 닫힌루프 시상수 λ 의 함수이기도 함을 확인할 수 있다[그림 1]. 그림 2 는 제안된 조율방법과 기존 방법들에 대한 원하는 닫힌루프응답과 실제응답과의 오차제곱적분값(ISE)을 나타내고 있다. 기존방법에 비해서 제안된 조율방법이 보다 우수한 결과를 가져다 주며 보다 최적 조율값에 근접함을 확인할 수 있다. 이는 시간지연항이 지배적이 될수록 기존방법보다 성능차이가 많이 남을 확인할 수 있다. 그림 3에 IMC 와 제안된 방법간의 Output Response 를 보였다. 그림에서 볼 수 있듯이 제안된 방법이 원하는 닫힌 루프 응답도 잘따라가면서 전체적 응답 형태도 바람직 함을 알 수 있다.

결론

일차시간지연모델로 표현될수 있는 공정에 대해 원하는 닫힌루프응답을 보다 정확하게 따라가게 하는 PID 제어기 조율방법을 제안하였다. 기존의 Dahlin 방법과 IMC 방법은 truncation 오차와 닫힌루프응답의 왜곡에 의해 성능저하가 발생될 수 있음을 보였고 long division 을 적용함으로써 이러한 문제점이 개선될 수 있었다. 컴퓨터 모사 결과 제안된 조율방법은 기존의 Dahlin 방법과 IMC 조율방법보다 좋은 성능을 가지며 최적 조율값에 매우 근접함을 확인하였다. 제안된 long division 방법은 고차 Pade 근사식과 고차모델에 의한 근사식에도 곧바로 확장 적용될수 있다.

감사

본 연구는 한국과학재단지정 우수연구센터인 공정산업의 지능자동화연구센터의 연구비 지원에 의해 수행된 연구결과임.

참고문헌

1. Dahlin, E.B., "Design and Tuning Digital Controllers", Instrum. & Cont. Sys., 41, 6, (1968).
2. Smith, C.L., A.B. Corripio, and J. Martin, Jr., "Controller Tuning from Simple Process Models", Instrum. Technol., 22, 12, 39, (1975).
3. Rivera, D.E., M. Morari, and S. Skogestad, "Internal Model Control, 4. PID Controller Design, Ind. Eng. Proc. Des. Dev., 25, 252 (1986).

표 1. 여러 가지 조율방법에 의한 PID 제어기 조율값 비교

	Kc	τ_I	τ_D
Smith	$\frac{2\tau+\theta}{K(\theta+\lambda)}$	$\frac{\theta}{2} + \tau$	$\frac{\tau\theta}{2\tau+\theta}$
IMC	$\frac{1}{K} \frac{2\tau+\theta}{2\lambda+\theta}$	$\frac{\theta}{2} + \tau$	$\frac{\tau\theta}{2\tau+\theta}$
Proposed Method	$\frac{1}{K} \frac{\tau + \frac{\theta^2}{2(\lambda+\theta)}}{\lambda+\theta}$	$\tau + \frac{\theta^2}{2(\lambda+\theta)}$	A

$$A = \frac{\tau}{K(\theta+\lambda)} \frac{\frac{\theta}{2}\tau + \frac{\theta^2}{8} - \frac{3}{8} \frac{\theta^2\lambda}{\lambda+\theta} - \frac{\theta\lambda\tau}{2(\lambda+\theta)} + \frac{\theta^2\lambda^2}{4(\lambda+\theta)^2}}{\tau + \frac{\theta^2}{2(\lambda+\theta)}}$$

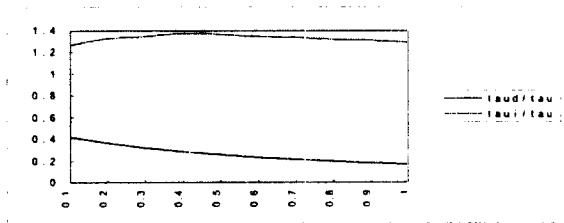


그림 1. 닫힌루프 시상수 λ/τ 가 최적 τ_I 와 τ_D 에 미치는 영향

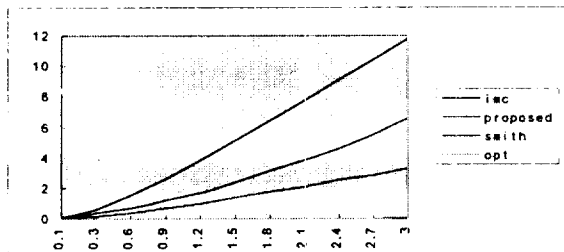


그림 2. θ/τ 에 대한 각 방법의 Reference Trajectory와의제곱오차 적분 (ISE) 비교

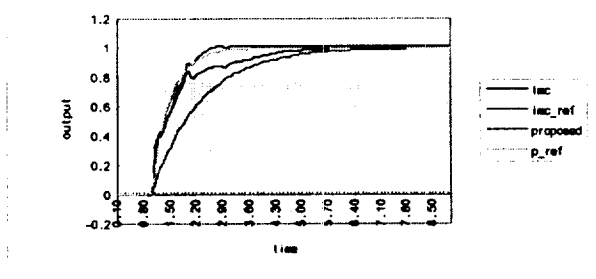


그림 3. 설정점 계단변화에 대한 Output Response 비교