

모델에 의거한 적응제어 알고리즘을 이용한 pH 공정제어

김창열, 이상득, 박선원
한국과학기술원 화학공학과

Control of pH Process Using Model-based Adaptive Control Algorithm

Chang-Ryol Kim, Sang Deuk Lee and Sunwon Park
Dept. of Chem. Eng., KAIST

1. 서론

pH제어는 일반적인 화학공정의 제어(증류탑제어, 반응기 제어)와는 달리 복잡한 공정응답을 보이지 않는다. 즉, 산을 넣으면, pH가 낮아지고 염기를 넣으면 pH가 증가하는 단순한 응답을 보인다. 또, pH제어시스템은 SISO 시스템이므로 제어루프의 구성이 매우 간단하다. 그러나 이와 같은 외견상의 단순함에도 불구하고 pH는 다음과 같은 이유로 제어가 까다로운 것으로 알려져 있다.

- pH의 정의 즉, $pH = -\log [H^+]$ 로 부터 pH 공정은 본질적으로 심한 비선형 특성을 지닌다.
- 중화조에 유입되는 유체의 조성과 농도가 수시로 변할 수 있으므로 공정의 gain이 시간에 따라 변할 수 있다.
- 조업 조건에 따라 공정의 gain이 크게 변한다.
- 다성분계의 경우 buffer solution으로 인해 공정 gain이 복잡하게 된다.
- 제어에 요구되는 공정의 상태 즉, 반응기에서의 각 ion의 농도 등을 on-line으로 측정할 수가 없다.

이와 같은 여러가지의 요인으로 인해 기존의 PID제어기 또는 선형제어이론에 근거한 제어기들은 pH공정에 활용하기가 곤란하다.

2. pH control system

본 연구에서 다루는 pH control system은 Figure 1과 같다.

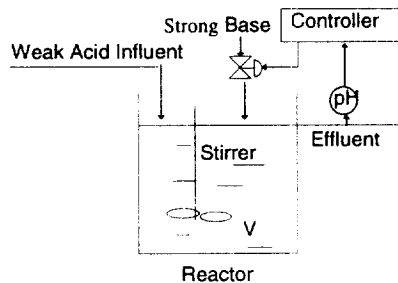


Figure 1 Schematic diagram of the pH control

pH공정에서 titrant는 강산 또는 강염기가 사용되는 것이 일반적이다. 그래서 본 연구에서는 산 혼합물을 강염기로 pH를 조정하는 pH system을 제어대상으로 한정하였으며, 이 시스템의 reduced-order model을 제어목적으로 단순화하고, 단순화된 모델을 이용하여 pH제어 알고리즘을 설계하였다.

3. Model Based Adaptive Control (MBAC) 설계 모델

제어기 설계 목적으로 CSTR로 들어오는 feed stream을 농도가 C_1, C_2, \dots, C_n 이고 이온화상수가 K_1, K_2, \dots, K_n 인 약산의 혼합물로 가정한다. 이 가정하에서 계의 reduced-order model은 Eq. 1과 Eq. 2로 나타낼 수 있다.

$$\frac{dX}{dt} = \frac{u(1-X)}{V} - \frac{FX}{V} \quad 1$$

$$X = \frac{C_H - \frac{K_w}{C_H} - \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{1 + C_H / K_i}}{-C_0 - \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{1 + C_H / K_i}} \quad 2$$

여기에서 새로운 변수 v를 Eq. 3 같이 정의하면

$$v = \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{1 + C_H / K_i} \quad 3$$

X와 v는 다음과 같은 상관관계를 갖게 된다.

$$X = \frac{C_H - K_w / C_H - v}{-C_0 - v} \quad 4$$

$$v = \frac{C_0 X + C_H - K_w / C_H}{1 - X} \quad 5$$

Eq. 3의 양변을 v로 나누면 Eq. 6와 같이 얻어진다.

$$1 = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{1 + C_H / K_i} \quad 6$$

4. Parameter Estimation

Eq. 6에서 K_1, K_2, \dots, K_n 의 값을 아는 것으로 가정한다. 이 가정하에서 Eq. 6는 unknown parameter인 C_1, C_2, \dots, C_n 에 대해 선형이 되므로 이 식에 on-line estimation method를 적용하면 C_1, C_2, \dots, C_n 을 추정할 수 있다. 그리고 변수 v는 다음과 같이 먼저 Eq. 1을 적분하여 X_{k+1} 을 구한 후, 이 값을 Eq. 5에 대입하여 계산할 수 있다. 즉,

$$X_{k+1} = \frac{u_k}{F + u_k} + (X_k - \frac{u_k}{F + u_k}) \exp(-\frac{F + u_k}{V} T) \quad 7$$

$$v_{k+1} = \frac{C_0 X_{k+1} + C_{Hk+1} - K_w / C_{Hk+1}}{1 - X_{k+1}} \quad 8$$

$y_{k+1}, \phi_{k+1}, \theta$ 를 다음과 같이 두면,

$$y_{k+1} \equiv 1 \quad 9$$

$$\Phi_{k+1} \equiv \left(\frac{1}{v_{k+1}(1 + C_{Hk+1} / K_1)} \quad \frac{1}{v_{k+1}(1 + C_{Hk+1} / K_2)} \quad \dots \quad \frac{1}{v_{k+1}(1 + C_{Hk+1} / K_n)} \right)^T \quad 10$$

$$Q \equiv (C_1 \ C_2 \ \dots \ C_n)^T \quad 11$$

Eq. 6은 다음과 같이 바꿔 쓸 수 있다.

$$y_{k+1} = \Phi_{k+1}^T \Theta \quad 12$$

Eq 12에 Recursive least-squares method를 적용하면 parameter의 추정치 Eq. 13으로 구해진다.

$$\hat{y}_{k+1} = \Phi_{k+1}^T \hat{\Theta}_k \quad 13a$$

$$K_{k+1} = \frac{P_k \Phi_{k+1}}{1 + \Phi_{k+1}^T P_k \Phi_{k+1}} \quad 13b$$

$$\hat{\Theta}_{k+1} = \hat{\Theta}_k + K_{k+1}(y_{k+1} - \hat{y}_{k+1}) \quad 13c$$

$$\text{if } \hat{\Theta}_{k+1} < \Theta_{\min} \text{ then } \hat{\Theta}_{k+1} = \Theta_{\min}$$

$$\text{if } \hat{\Theta}_{k+1} > \Theta_{\max} \text{ then } \hat{\Theta}_{k+1} = \Theta_{\max}$$

$$P_{k+1} = P_k - K_{k+1} \Phi_{k+1}^T P_k \quad 13d$$

여기에서 $\hat{\cdot}$ 는 추정치를 나타낸 것이다.

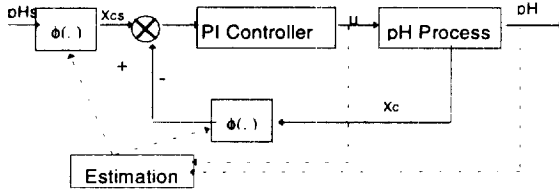


Figure 2 Block diagram of pH control system(MBAC)

5. Control Law

Eq. 10에서 보는 바와 같이 공정모델이 X에 대해 선형이므로 제어방법으로 Figure 2 와 같은 linearizing control method를 사용한다. pH 대신 X를 제어변수로 하면, 공정의 전달함수는 1차로 표시한다. 따라서 PID방식의 control law를 적용할 수 있게 된다. velocity 형태의 차분식으로 나타내면 다음과 같다.

$$u_{k+1} = u_k + K_c / X_{k+1} \{ (X_k - X_{k+1}) + T / t_i (X_s - X_{k+1}) \} \tag{14}$$

여기에서 X_{k+1} 과 X_s 는 각각 pH_{k+1} 및 pH_s 의 함수로서 다음과 같이 parameter 추정치로부터 계산할 수 있다.

$$X_{k+1} = \Phi(pH_{k+1}) = \frac{-\sum_{i=1}^n \frac{\hat{C}_{ik+1}}{1+C_{Hk+1}} + C_{Hk+1} - \frac{K_w}{C_{Hk+1}}}{-C_0 - \sum_{i=1}^n \frac{\hat{C}_{ik+1}}{1+C_{Hk+1}/K_i}} \tag{15}$$

$$X_s = \Phi(pH_s) = \frac{-\sum_{i=1}^n \frac{\hat{C}_{ik+1}}{1+C_{Hs}/K_i} + C_{Hs} - \frac{K_w}{C_{Hs}}}{-C_0 - \sum_{i=1}^n \frac{\hat{C}_{ik+1}}{1+C_{Hs}/K_i}} \tag{16}$$

그리고 K_c 와 t_i 는 페루프의 pole을 선택할 수 있도록 다음과 같이 선정한다..

$$K_c = \frac{e^{-T/t_i} - P_1 P_2}{(1 - e^{-T/t_i}) K_p}, \quad \tau_i = \frac{T(e^{-T/t_i} - P_1 P_2)}{1 - (P_1 + P_2) + P_1 P_2} \tag{17,18}$$

P_1, P_2 는 pole의 값이고 tuning parameter로서 값은 0부터 1까지 변화하는 데, 1에 가깝게 하면 modeling error에 민감해지며, 0에 가까운 값을 선택하면, 응답이 느려지게 된다. 여기서는 $P_1 = P_2 = 0.7$ 을 사용하였다.

6. Simulation

MBAC는 n개의 모델 parameter(C_1, C_2, \dots, C_n)와 정해주어야 할 n개의 이온화 상수값(K_1, K_2, \dots, K_n)을 가지고 있다. n이 크면, 복잡한 공정도 묘사가 가능하나 여기서는 단지 n을 3으로 $K_1 = 3.5, K_2 = 4.5, K_3 = 5.5$ 로 고정시키고 모사연구를 수행하였다.

6.1) 모사자료

MBAC의 모사자료는 Table I에 나타내었다. 측정오차를 고려하여 모사할 때, 노이즈 효과를 random하게 $pH = \pm 0.1$ 만큼 주었다.

Table I. Simulation data of a single-component weak acid and strong base system for testing the performance of MBAC

F= 1.75 ml/sec u= 0.174 ml/sec C ₀ = 0.05 N V = 0.875 L T = 2 sec	dissociation constants CH ₃ CooH : pK _a = 4.75
--	---

6.2) 모사결과 및 검토

응답결과를 다음과 같이 얻을 수 있었다.. Figure 3은 CSTR은 안으로 들어오는 다양한 농도변화에 대해 pH 7로 맞춘 regulatory control을 나타낸 것이다. 그림에서 화살표가 나타내는 것은 그 때 들어오는 Influent Stream의 농도를 나타낸 것이다. Figure 3은 설정치 변화에 의한 결과를 나타낸다.

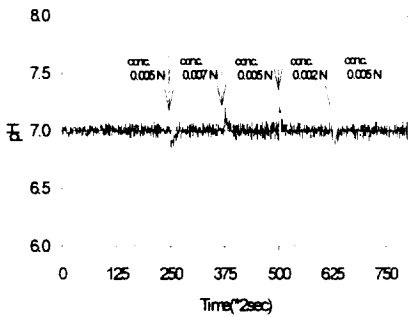


Figure 3 Simulation result of the regulator problem

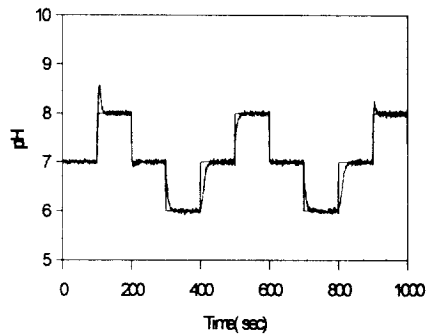


Figure 4 Simulation result of the servo problem

7. 결론

Feed Stream이 단성분계의 경우 매우 제어성능이 매우 우수함을 알 수 있었다. Model parameter의 수는 많을 수록 공정을 잘 묘사할 수 있으나, 계산량을 고려하면, 3개 정도가 적당하다. 여기서 제안한 MBAC는 기존의 방법에 비해 알고리즘이 간단하면서도 제어성능이 우수하므로 pH공정의 제어 또는 폐수의 중화에 쉽게 활용할 수 있을 것으로 생각된다.

8. 참고문헌

1. MeAvoy, T. J. Hsu, E.; Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev. 11 68(1972)
2. Gustafsson, T. K.; Chem. Eng. Sci. 40, 827(1985)
3. Gustafsson, T. K., Waller, K. V.; Chem. Eng. Sci. 38, 389(1983)
4. Wright, R. A., Kravaris, C.; Ind. Eng. Chem. Res. 30 1561(1991)
5. Wright, R.A., Soroush, M., Kravaris, C.; Ind. Eng. Chem. Res. 30 2437(1991)

<Acknowledgement>

포항공대 지능자동화 연구 센터를 통한 한국과학재단의 부분적 재정지원에 감사드립니다.