

## 단일예측제어의 파라미터 특성 및 튜닝 방법의 응용

박태준, 윤진규\*, 윤인섭  
서울대학교 화학공학과, 선경건설(주)\*

### Properties of Parameters and Application of Tuning Method of Unified Predictive Control

Tae Joon Park, Jin Kyu Yoon\*, En Sup Yoon  
Dept. of Chemical Eng. Seoul National University  
SunKyong Engineering & Construction Co., Ltd.\*

#### 서론

1978년 Richalet등에 의해 IDCOM(Identification/Command)에 대한 연구로부터 시작된 모델 예측 제어 (Model Predictive Control, MPC)는 같은 맥락 안에서 제각기 특징을 달리 갖는 십 여 개가 넘는 제어기들이 제안되었다. 이 중 비교적 잘 알려진 예측 제어기들에는 DMC, GPC, EPSAC, EHAC, 그리고 UPC등이 있다.

이들 모델 예측 제어는, 사용하는 모델의 형태에 따라, 제적의 설정 방법에 따라, 최적화를 위한 기준 함수의 형태에 따라 다양해 질 수 있다[1,2]

Soerterboek의 UPC는 위의 다양한 제어기들에 쓰였던 공정 모델, 기준 함수들을 포괄할 수 있는 단일화된 기준 함수(Unified Criterion Function) 와 전달 함수 공정 모델과 외란 모델에 근거한 예측자(Unified MV i-step Predictor) 그리고 이들을 바탕으로 단일화된 제어 법칙(Unified Control Law)을 사용한다. 이 단일 예측 제어는 적절한 전달 함수 공정 모델과 적절한 기준 함수에서의 파라미터 선정으로 위의 예측 제어기들을 나타낼 수 있다.[3]

그러나, 이들 제어기의 설계 파라미터(제어 변수에 대한 최소, 최대 예측 구간, 조작 변수의 제어 구간, 조작 변수에 가해지는 가중치)가 폐루프계에 미치는 영향과 이들 설계 파라미터의 선정 기준은 대개 직관적으로 이루어져 체계적이고 이론적인 분석 및 이를 통한 설계 파라미터의 선정 방법이 부족하다.

따라서, 이 단일 예측 제어에 존재하는 각 파라미터의 폐루프계에 미치는 영향을 파악하여, 예측 제어의 단점 중의 하나인 설계 파라미터가 많다는 것을 해결하기 위한 쉽고 그 개수가 적은 파라미터 선정기준 및 튜닝 방법을 설정함으로써 위의 제어기들의 파라미터가 폐루프계에 미치는 영향을 알아볼 수 있고, 설계 파라미터 선정 기준에 적용할 수 있을 것이다.

본 연구에서는 Soerterboek이 분석한 UPC 파라미터의 특성과, 이를 토대로 한 설계 파라미터 선정기준 및 원하는 폐루프계를 얻기 위한 튜닝 방법에 대해서 알아보고[3], 이를 공정과 모델이 일치하지 않는 경우, 잘 못 모델된 공정, 그리고, 공정 파라미터가 변하는 공정에 대해서 적용해 보았다.

#### 단일예측제어(Unified Predictive Control, UPC)

##### 1. 공정 모델 및 예측

아래의 공정 모델은 기존의 잘 알려진 예측 제어기(DMC, PCA, MAC, GPC, EPSAC, EHAC) 들에서 사용된 모델들을 포괄할 수 있는 일반적인 공정 모델이다

$$y(k) = \frac{q^{-d} B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(k-1) + \frac{T(q^{-1})}{D(q^{-1})} e(k) \quad (1)$$

위의 공정 모델을 기반으로, servo 거동의 튜닝을 위해 공정 모델에 필터 P를 도입한 후 다음의 단일화된 MV(Minimum Variance) i-step-ahead 예측자를 얻는다.

$$P \hat{y}(k+i) = G_i u(k+i-1) + \frac{H_i}{\hat{A}} u(k-1) + \frac{F_i}{T} [y(k) - \hat{y}(k)] \quad (2)$$

여기서  $G_i$  와  $F_i$  는 다음에 의해 얻어진다.

$$\frac{PT}{\hat{D}} = E_i + q^{-i} \frac{F_i}{\hat{D}} \quad (3)$$

$$\frac{\hat{B}P}{\hat{A}} = G_i + q^{-i+d} \frac{H_i}{\hat{A}} \quad (4)$$

### 2. 단일화된 기준 함수(Unified Criterion function)

UPC는 기존의 예측 제어기들의 기준 함수 포괄할 수 있는, 아래의 기준 함수를 사용한다.

$$J = \sum_{i=Hm}^{Hp} [P \hat{y}(k+i) - P(1)w(k+i)]^2 + \rho \sum_{i=1}^{Hp-d} \left[ \frac{Qn}{Q_d} u(k+i-1) \right]^2 \quad (5)$$

$$\phi P u(k+i-1) = 0 \quad 1 \leq Hc < i \leq Hp-d \quad (6)$$

### 3. 제어 법칙(Unified Predictive Control law)

식(5)와 식(6)을, 식(2)를 사용하여, 제어 구간  $H_c$  내의 제어기 출력으로 이루어진 제어기 출력 벡터  $\bar{u}$ 에 대해  $\frac{\partial J}{\partial \bar{u}} = 0$  인  $\bar{u}$  중에서 이동 구간 제어에 의해 그

첫번째 원소만을 구한다.

그리고, 이를 극배치 제어기(Pole-Placement Controller) 설계에서와 같은 제어 법칙 형태로 다항식으로 표현하면 다음과 같다.

$$Ru(k) = -Sy(k) + Tw(k+Hp) \quad (7)$$

$$R = TQ_d + q^{-1} (HQ_d + V_2 T Q_d + \rho Z T + \rho Z_2 T Q_d)$$

$$S = FQ_d \quad (8)$$

$$T = V T Q_d P(1)$$

여기서  $V, H, V_2, Z, Z_2, F$  는 다항식으로, 단일화된 기준 함수의 파라미터와 공정 모델에 의해 결정된다.

## 파라미터의 특성과 선정 및 튜닝

아래의 파라미터에 대한 여러 특성과 선정 기준은 여러 정리에 근거했고, 이 여러 정리의 기본 가정은 공정과 모델이 일치한다는 것을 전제로 한 것이다. 그러나 실제로는 이렇지 못하므로 여기에 쓰인 여러 정리들은 적용될 수 없다. 따라서 이런 의미에서 모델링 오차에 대한 페루프계의 견실성(Robustness)이 고려되어야 한다.

### 1. 파라미터 특성 및 Rule of thumb

이는 설계 파라미터에 대한 일종의 초기 설정치로 이 방법에 의한 페루프계가 원하는 거동을 보이지 않는 경우에 2. 튜닝에서 제시된 각 경우에 대한 튜닝 방법을

하는 거동을 보이지 않는 경우에 2. 튜닝 에서 제시된 각 경우에 대한 튜닝 방법을 적용한다.

### 1.1 $H_p, H_m, H_c$

- $H_p$  : well damped 공정에 대해  $H_m = d+1, H_c=1$  일 때,  $H_p$ 가 증가하면 폐루프계의 견실성은 향상되나 servo성능은 저하된다.  $H_c=1$  아닐 때  $H_p$ 를 크게 잡으면  $H_p$ 의 폐루프계에 미치는 영향이 상당히 적다. 따라서 안정한 공정에 대해서는  $H_p = \text{int}[\tau_s(5\%)/T_s]$  ( $\tau_s$ : 공정의 계단 응답에 대한 5% settling time,  $T_s$ : 샘플링 간격) 공정이 badly damped되거나 불안정할 경우  $H_p = \text{int}[w_s/w_b]$  ( $w_s$ : sampling frequency,  $w_b$ : bandwidth of process) 으로 설정하여 큰 값을 갖게 하지만, 대개 일종의 rule of thumb으로  $T_s$ 가 폐루프계 계단 응답의 settling time의 10~20배 정도 적으면,  $H_p=10 \sim 20$  값을 갖는다.

- $H_m$  :  $H_m = d+1$ 일 때, well damped 공정에 대해서  $H_p$ 가 증가하면 견실성은 증가하나 성능이 저하된다. 이와 다른 값들은 예측할 수 없는 폐루프계 거동을 낳는다.(예를 들어 비최소 위상 공정일 경우  $H_m$ 을 크게 하면 일정 값에서는 좋은 servo 거동을 낳지만 일정구간에서는 폐루프계가 불안정해진다.)  $H_m = d+1$ 으로 설정하여 전 예측 구간에 대한 추적 오차를 포함하는 것이 좋다.

- $H_c$  : well damped 공정에 대해서는  $H_c$ 가 증가하면 견실성은 증가하나 성능은 저하된다. 일반적으로 기본적인 설정치로  $H_c = n_A$  ( $n_A$ : 다항식 A의 차수) 로 하면 견실성과 성능사이의 좋은 trade-off를 얻는다.

### 1.2 $\rho, Q_n, Q_d$

- $\rho$  : well damped 공정에 대해서  $\rho$ 는  $H_p$ 가 증가함에 따라 안정성이 증가한다. 이는  $Q_n = \Delta$ 일 때 보다  $Q_n=1$  일 때가 더 좋은 안정성 결과를 낳는다. 또한  $Q_n = \Delta$ 일 때는 off-set이 제거되는 이점이 있지만 동적 거동이 나빠지고,  $Q_n = 1$ 일 때는 off-set이 발생할 수 있지만 동적 거동이 좋아진다. 불안정한 공정에 대해서는  $\rho$ 가 증가하면 폐루프계가 불안정해진다. 기본적인 설정치로  $\rho = 0, Q_n = 1, Q_d = 1$ 로 정한다.

- $Q_n, Q_d$ :  $Q_n$ 이  $\hat{\phi}$ 와  $\hat{D}$ 를 인자로 갖으면 모델 오차에 상관없이 정상상태에서 일정한 형태의 기준 궤적과 일정한 형태의 외란이 있을 때 off-set이 제거된다. (여기서  $\phi = \hat{\phi}\phi_A$ 이고, 정상상태에서 기준 궤적과 외란에 대해  $\phi_u(k)=0, \phi_\varepsilon(k)=0$  일 때  $\phi = \min(\phi_u, \phi_\varepsilon)$  이고,  $\phi_A$ 는 A와 공통인자)  $Q_n = \Delta, Q_d = 1 - 0.95q^{-1}$ 를 사용하면 안정한 공정에 대해서 모든  $\rho$ 값에 대해 안정하고  $\rho$ 가 증가함에 따라 견실성은 증가하나 성능은 저하된다. 불안정한 공정에 대해서는  $H_m$ 과 비슷한 양상을 보인다. 기본적인 설정치로 둘다 모두 1을 사용한다.

### 1.3 P

- P가  $\hat{D}$ 과  $Q_n$ 의 인자이면 P는 servo 거동에만 영향을 미치고 regulator 거동 및 견실성에는 영향을 미치지 않는다. 기본적인 설정치로  $P = 1 + P_1 q^{-1} + P_2 q^{-2}$  : 여기서  $P_1 = -2\exp(-\zeta \omega_n T_s) \cos(\omega_n T_s(1 - \zeta^2)^{1/2})$ ,  $P_2 = \exp(-2\zeta \omega_n T_s)$ ,  $\zeta$ 는 폐루프계 계단 응답의 damping으로 대개 0.7이상으로 설정하고,  $\omega_n$ 는 natural frequency로 폐루프계 계단 응답의 peak time,  $t_p$ 과  $\omega_n = \pi/(t_p(1 - \zeta^2)^{1/2})$  이라는 관계를 갖는다.

### 1.4 T, $\hat{D}$

$\hat{D} = \hat{A}\hat{\phi}P$ , 안정한 공정대해서는  $\hat{D} = \phi P$  를 사용해도 된다.

• T : 공정과 모델이 일치하면 T는 페루프의 특성 방정식의 인자이고, T와  $\hat{D}$ 는 servo 거동에는 영향을 미치지 않는다. 따라서 T는 regulator 거동과 견실성을 조절하는 파라미터로 다음과 기본적으로 다음과 같이 설정된다.

$T = (1 - \mu q^{-1})^{nA}$  with  $0 \leq \mu < 1$  : well damped 공정에 대해서는 대개  $\mu > 0.5$  일 때 양호한 견실성과 regulator 성능을 보인다. 반면 badly damped나 불안정한 공정에 대해서는 특정한  $\mu$ 에 대해서 최대 견실성을 보인다.

well damped 공정에 대해서는 다음과 같은 T를 사용해도 된다. 이 경우  $\mu$ 가 증가할 수록 견실성은 증가하나 regulator 성능은 저하된다.

$T = (1 - \mu\lambda_0 q^{-1})(1 - \mu\lambda_1 q^{-1}) \dots (1 - \mu\lambda_{nA} q^{-1})$  : 여기서  $\lambda_i$ 는  $\phi$ 의 근

○위의 파라미터에 대한 기본 설정치를 정하는데 있어, 선정이 비교적 쉬운 3개의 파라미터,  $t_p, \zeta, \mu$  를 사용한다.

## 2. 튜닝(Tuning)

### 2.1 제어기 출력의 분산이 큰 경우

• 외란이 원인일 경우에는  $\mu$ 를 증가시키고, 설정치 변화가 원인일 경우는  $t_p$ 를 증가시킨다.

• 추가적인 조치로  $H_c$ 를 증가시키는 방법과,  $\rho$ 를 증가시키는 방법이 있다.

$\rho$ 를 증가시키는 방법에 대해서는, off-set제거와 안정성 문제로 인해  $Q_n = P\hat{\phi}$ .

$Q_d = (1 - 0.95 \hat{\lambda}_0 q^{-1})(1 - 0.95 \hat{\lambda}_1 q^{-1}) \dots (1 - 0.95 \hat{\lambda}_{nA} q^{-1})$  where  $\hat{\lambda}_i$  is root of  $Q_n$

으로 설정한다.

### 2.2 외란 제거가 너무 느릴 경우

•  $\rho$ 를 감소시킨다.(대개  $\rho = 0$ )  $\mu$ 를 감소시킨다.  $H_c$ 를 증가시킨다.

### 2.3 설정치 추적이 너무 느릴 경우

•  $\rho$ 를 감소시킨다.(대개  $\rho = 0$ )  $\mu$ 를 감소시킨다.  $H_c$ 를 증가시킨다.

### 2.4 견실성(Robustness)이 부족한 경우

•  $\mu$ 를 증가시킨다.  $H_c$ 를 감소시킨다.  $\rho$ 를 증가시킨다.

## 참고문헌

1. 노균, '쌍일차 모델의 적응예측제어 및 증류 공정에서의 응용에 관한 연구', 서울대학교, 박사학위 논문, 1992
2. D.G. Byun and W.H. Kwon, 'Predictive Control: A Review and Some New Stability Results', IFAC Workshop on Model Based Control, Atlanta, U.S.A., 1988
3. R. Soeterboek, 'Predictive Control - A Unified Approach', Prentice Hall, 1992
4. D.W. Clarke, C. Mohtad and P.S. Tuffs, 'Generalized Predictive Control - PartI, II', Automatica, vol.23, No.2, pp137-160, 1987
5. D.W. Clarke, C. Mohtad, 'Properties of Generalized Predictive Control', Automatica, vol.25, No.6, pp859-875, 1989