

회분식 PMMA 중합 반응기의 Sliding Mode 제어

장순철*, 노형준, 이현구
서울대학교 화학공학과

Sliding Mode Control of Batch PMMA Polymerization Reactor

Soon-Cheol Chang*, Hyung-Jun Rho, Hyun-Ku Rhee
Dept. of Chem. Eng., Seoul National University

서론

PMMA 수지는 내약품성, 전기·기계적 특성, 무독성, 착색성 및 표면 광택성이 뛰어난 투명성 수지이다. PMMA의 중합 반응에 관한 속도론 연구는 여러 연구자들에 의하여 수행되었으며[1-5] 많은 연구자들이 고분자 중합 반응기의 모델링 및 제어에 관하여 연구하였으나[6,7], 이를 반응기의 거동과 관련하여 실험적으로 연구한 사례는 드문 실정이다.

Sliding mode 제어는 항공기, 로봇 등 기계나 전기적인 분야에서의 응용 및 연구는 활발하지만 화학 공학 분야에서는 많이 연구되어 있지 않으며 최근에는 분산 매개 변수계에 적용하기 위하여 많은 연구가 진행되고 있다[8-11]. 본 연구에서는 변형된 sliding mode 제어 기법을 회분식 PMMA 용액 중합 반응기의 온도 제어에 적용하여 보편적으로 이용되는 PID 제어기의 성능과 비교하였다.

이론

비선형성이 존재하는 단일 입력, 단일 출력(SISO)계의 상태 공간 모델은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 $x \in R^n$ 는 상태 변수이고 $u \in R$ 는 조작 변수이며 $y \in R$ 는 출력 변수이다. 만약 주어진 계가 점 x_0 에서 상대 차수(relative degree) r 를 갖는다고 하면 계의 출력과 제어 입력 사이에는 다음과 같은 관계가 성립된다.

$$y^{(r)} = L_f^{(r)}h(x) + L_g L_f^{(r-1)}h(x)u \equiv a(x) + b(x)u \quad (2)$$

여기서 $b(x) \neq 0$ 이고, 이 때 sliding 표면을 다음과 같이 정의하면

$$s(t) = e^{(r-1)} + a_{r-1}e^{(r-2)} + \dots + a_1 e + a_0 \int e dt = 0 \quad (3)$$

$e(t) = y(t) - y_{sp}(t)$ 일 때, 이 sliding 표면에 대하여 sliding mode 제어 입력이 아래와 같이 결정된다.

$$u = \frac{v - a(x) + y_{sp}^{(r)} - a_{r-1}e^{(r-1)} - \dots - a_0 e}{b(x)} \quad (4)$$

* 현주소 : 쌍용정유 기술연구소

여기서 v 는 외래 입력인데 아래와 같이 설정함으로써 sliding 조건을 만족하게 된다.

$$v = -k \operatorname{sgn}(s) \tag{5}$$

따라서 총괄 제어 법칙은 다음과 같이 결정된다.

$$u = \frac{-k \operatorname{sgn}(s) - a(x) + y_{sp}^{(n)} - \alpha_{r-1} e^{(r-1)} - \dots - \alpha_0 e}{b(x)} \tag{6}$$

시간에 따른 반응물의 $\rho C_p V$ 의 변화를 무시하고 반응기에 대한 에너지 수지식을 쓰면 다음과 같다.

$$\frac{dT}{dt} = \frac{Q}{\rho C_p V} - \frac{UA}{\rho C_p V}(T - T_J) \tag{7}$$

여기서 Q 는 반응열과 증발 잠열을 포함한 반응기의 알짜 열발생 또는 열손실을 나타내는 항이며, 반응기 자체의 열용량과 교반에 의한 열발생은 무시하였다. T 를 상태 변수 x 로 놓고 상태 공간 모델을 도입하면 식 (7)은 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \frac{1}{\rho C_p V} (Q - UA x) + \frac{UA}{\rho C_p V} u \\ y &= h(x) = x = T \\ u &= T_J \end{aligned} \tag{8}$$

식 (8)에 Lie 연산자를 적용하면 아래와 같이 $r = 1$ 의 값을 얻게 된다.

$$\begin{aligned} L_g L_f^0 [h(x)] &= L_g [h(x)] = \frac{UA}{\rho C_p V} \\ &\neq 0 \end{aligned} \tag{9}$$

따라서 제어기의 출력은 다음과 같이 결정된다.

$$u = \frac{\rho C_p V}{UA} \left(v - \dot{T}_{sp} - \alpha_0 (T - T_{sp}) \right) - \frac{Q}{UA} + T \tag{10}$$

목표값의 계단 변화가 요구되는 경우에 목표값의 도함수는 무한대의 값을 가지므로 본 연구에서는 이를 제거하고 $\alpha_0 = UA/\rho C_p V$ 라고 놓음으로써 아래와 같은 변형된 sliding mode 제어 입력을 얻었으며, 이를 반응 온도의 계단 변화 추적에 적용하였다.

$$u = \frac{\rho C_p V}{UA} v - \frac{Q}{UA} + T_{sp} \tag{11}$$

그런데 식 (5)의 부호 함수는 $s(t) = 0$ 인 조건을 중심으로 불연속적이기 때문에 chattering 현상이 유발될 수 있다. 따라서 아래 식과 같이 포화 함수(saturation function)를 정의하고 외래 입력 v 에 대해서는 잔류 편차를 제거하는 한편, 중합 반응이 발열 반응이라는 점에 착안하여 냉각시에 보다 큰 제어 출력이 발생될 수 있도록 식 (12)와 같은 형태의 제어 법칙을 설정하였다.

$$v(t) = \begin{cases} -\beta v_{\max} & e(t) < -\beta e_s \\ \left| \frac{v_{\max}}{e_s} \right| e(t) + \frac{1}{\tau_I} \int e(t) dt & |e(t)| \leq e_s \\ v_{\max} & e(t) > e_s \end{cases} \quad (12)$$

에너지 수지식 상에 포함되어 있는 열발생 속도 Q 와 총괄 열전달 계수 UA 는 직접 추정하기가 곤란하기 때문에 추정기를 사용하여 실시간으로 추정하였으며, 이를 위하여 확장된 이산 Kalman 필터를 사용하였다.

결과

Table 1은 본 연구에서 설정한 기준 조건을 정리한 것이다. Fig. 1(a)는 Table 1의 기준 조건하에서 PID 제어기를 사용하여 반응 온도의 계단 변화를 추적한 실험 결과로서 반응 개시 후에 약 30분 간격으로 반응 온도의 목표값을 5℃씩 변화시키면서 PID 제어기의 목표값 추적 성능을 조사한 것이다. 먼저 50℃에서 70℃로 승온한 경우에 제어기의 적분 동작으로 인하여 overshoot이 상당히 크게 나타나고 있으며, 약 2주기의 진동이 있는 후에 정상상태에 도달하는 것을 관찰할 수 있다. 한편, 5℃의 목표값 변화에 대해서도 유사한 형태의 응답을 보이고 있으나, 상대적으로 작은 진동을 보이고 있다. 개시제를 주입하였을 때 반응기의 온도가 진동 현상을 나타내는 것은 개시제 용액(개시제 + 용매 100 ml)의 온도가 반응기의 온도보다 낮기 때문에 나타나는 현상으로서 이러한 외란의 영향은 곧바로 제거됨을 알 수 있다.

반응 시간이 길어질수록 같은 크기의 목표값 변화에 대하여 반응기 온도에 진동이 더 길게 나타난다. 따라서 고정된 매개변수의 PID 제어기를 통하여 원하는 목표값을 추적하는 것은 단량체의 전환율이 높아질수록 어려워짐을 알 수 있다.

Fig. 1(b)는 Fig. 1(a)와 같은 조건하에서 변형된 sliding mode 제어기를 사용하여 반응 온도의 계단 변화를 추적한 실험 결과이다. 이 경우에는 PID 제어기에 비하여 반응 온도에 진동 현상없이 목표값을 잘 추적하고 있으며, 승온의 경우에만 약간의 overshoot이 관찰될 뿐 강온의 경우에는 거의 무시할 수 있을 정도의 작은 undershoot이 관찰된다. 따라서 급격한 목표값의 변화를 추적하는 경우에 있어서 변형된 sliding mode 제어기가 통상적인 PID 제어기에 비하여 훨씬 우수한 성능을 가지고 있는 것으로 확인된다.

결론

회분식 PMMA 용액 중합 반응계에 대하여 변형된 sliding mode 제어 기법과 통상적인 PID 제어 기법을 적용하여 반응 온도의 계단 변화 추적 실험을 수행한 결과, 통상적인 PID 제어기에 비하여 변형된 sliding mode 제어기가 월등히 우수한 온도 추적 성능을 보였다. 즉, 변형된 sliding mode 제어기를 사용한 경우에는 반응 온도상에 진동이 거의 나타나지 않을 뿐만 아니라 PID 제어기에 비하여 overshoot도 훨씬 작게 나타남을 확인할 수 있었다.

감사

본 연구에 대한 공정산업의 지능자동화 연구센터(ARC)를 통한 한국과학재단의 지원에 감사드립니다.

참고 문헌

1. Armitage, P.D., Hill, S., Johnson, A.F., Mykytiuk, J. and Turner, J.M.C.: *Polymer*,

29, 2221(1988).

2. Shen, J., Tian, Y., Wang, G. and Yang, M.: *Makromol. Chem.*, **192**, 2669(1991).
3. Stickler, M. and Dumont, E.: *Makromol. Chem.*, **187**, 2663(1986).
4. Louie, B.M., Carratt, G.M. and Soong, D.S.: *J. Appl. Polym. Sci.*, **30**, 3985(1985).
5. Maschio, G., Bello, T. and Scali, C.: *Chem. Eng. Sci.*, **47**, 2609(1992).
6. Ponnuswamy, S., Shah, S.L. and Kiparissides, C.: *J. Appl. Polym. Sci.*, **32**, 3239(1986).
7. Soroush, M. and Kravaris, C.: *AIChE J.*, **38**, 1429(1992).
8. Hanczyc, E.M. and Palazoglu, A.: *Ind. Eng. Chem. Res.*, **34**, 557(1995).
9. Li, K.-C., Leung, T.-P. and Hu, Y.-M.: *Automatica*, **30**, 1961(1994).
10. McLellan, P.J.: *Chem. Eng. Sci.*, **49**, 1663(1994).
11. Su, C.Y. and Stepanenko, Y.: *Automatica*, **30**, 1497(1994).
12. 장순철, 공학 박사 학위 논문, 서울대학교, 1995

Table 1. Reference conditions for the batch PMMA solution polymerization system.

Item	Scale
Monomer Feed Volume	800 ml
Solvent Volume Fraction	0.5
Initiator Feed Mass	8 g (5.0 g/l)
Jacket Capacity	1.074 l
Jacket Water Flowrate	11.0±0.2 l/min

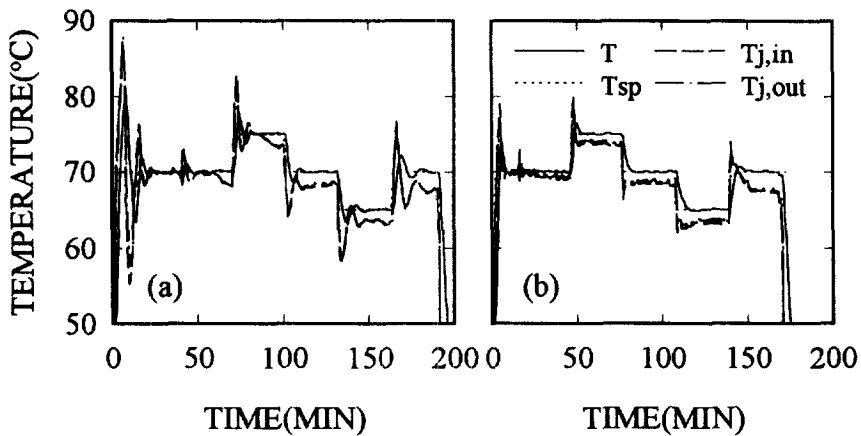


Fig. 1. Experimental results for tracking stepwise change of setpoint by applying (a) the conventional PID controller, and (b) the modified sliding mode controller, respectively.