

유전알고리즘과 IDP의 혼성알고리즘을 이용한
비선형 시스템의 최적제어

윤 창열, 한 종훈, 장 근수
지능자동화연구센터, 포항공과대학교 화학공학과

Optimal Control of Nonlinear Systems By Hybrid Scheme of
Genetic Algorithm & Iterative Dynamic Programming

Chang Yeol Yoon, Jong Hun Han, Kun Soo Chang

Autoamtion Research Center, Dept of Chemical Engineering POSTECH

서론

최적제어 문제는 일정한 시간동안 목적함수를 최적화하는 제어변수 $u(t)$ 를 찾는 것이다. 이러한 최적제어 문제를 풀기 위해서 지금까지 주로 Pontryagin의 Maximum Principle과 Dynamic Programming등이 사용되었다. 1962년 Bellman에 의해 고안된 Dynamic Programming은 고차원의 비선형시스템에는 계산량의 증가로 효과적이지 못하였고 최근 Edgar와 Himmelblau는 3개 이상의 상태변수시스템에는 적합하지 않음을 밝혀냈다[1]. 그러나 최근 Luus등은 이러한 문제점을 해결하기 위한 방법으로 Accessible State와 Region Contraction을 도입하여 성공적으로 고차원의 비선형 시스템의 최적제어 문제를 풀었다[2].

한편, 최근 매우 강인한 최적화 알고리즘으로 유전 알고리즘이 대두되었다. 자연의 선택적 유전학에 기초한 유전 알고리즘은 확률적인 병렬탐색을 하므로써 강인하고 효율적인 탐색 알고리즘이다. 그러나 유전 알고리즘은 강인한 초기탐색에는 매우 효과적이지만 최적의 근처에서는 탐색이 느려지는 단점을 가지고 있다.

본 연구에서는 뛰어난 강건성을 바탕으로 효과적인 초기탐색이 가능한 유전 알고리즘과 무작위 선택에 기초한 Iterative Dynamic Programming의 장점을 합친 알고리즘을 개발하였다. 이 혼성 알고리즘은 보다 빠른 수렴속도를 제공한다.

이론

유전 알고리즘은 동시에 여러인자들을 재생산(Reproduction), 교배(CrossOver), 돌연변이(mutation)의 과정들을 거쳐 보다 적합한 인자를 선별하고 번식시켜 감으로써 보다 넓은 범위에서 최적화를 효과적이고 빠르게 수행한다. 또한 탐색 과정에 있어서 미분값과 같은 보조적인 수학적 지식을 필요로 하지않고 목적함수의 값의 우열만을 이용한다. 이러한 특성에 기초한 유전 알고리즘은 비교적 빠른 시간내에 전역적이고 최적에 가까운 값을 찾아가는 강인성과 효율성을 겸비한다. 그러나 유전 알고리즘은 초기 탐색에는 강한 반면 마지막 수렴속도는 만족스럽지 못하다. 이런 단점을 보완하기 위해 기존의 최적화 기법을 섞어서

활용한 예들을 찾아볼 수 있다[3].

IDP(Iterative Dynamic Programming)은 Accessible State와 Region Contraction방법을 도입하여 계산시간을 현저하게 줄이므로써 기존의 Dynamic Programming의 난제였던 “차원의 문제”를 해결하였다. Dynamic Programming에서는 전역적인 최적의 궤적을 찾기위해 모든 상태변수와 제어변수의 조합을 각각의 시간에서 고려해 주었기 때문에 문제의 크기가 커지면 계산량이 매우 증가하였다. 반면 IDP는 전역적인 최적을 주지는 않지만 확률적인 변수값의 선택과 탐색구간을 줄여가며 반복계산을 하여 고분자 공정과 같은 복잡한 공정에 대해서도 적용할 수 있었다. IDP는 나누어진 각각의 시간에서 제어변수를 무작위로 N개 만큼 선택하여 목적함수를 최적화하는 제어값을 선택한다[2]. 이렇게 구한 궤적을 바탕으로 반복계산을 통하여 최적궤적을 찾아간다. 이때 상태변수의 선택은 기존의 방법인 Interpolation대신 구해진 상태변수와 가장 근사한 값을 취하고, 제어변수의 탐색범위를 차차 줄여가면서 반복계산을 하게 된다.

본 연구에서는 위에 열거한 두가지 알고리즘의 장점을 합한 혼성알고리즘을 제안하였다. 즉, IDP에서 무작위로 초기 제어변수를 선택하는 대신 유전 알고리즘으로 초기 탐색을 하여 구한 제어변수를 선택한다. 또한 나누어진 각각의 시간에서 무작위로 제어값을 찾는 대신 유전 알고리즘을 이용하여 광역의 초기탐색을 거친 제어값을 선택한다. 그리고 두세번의 반복계산으로 제어변수의 범위가 줄어들어 후에는 수렴속도가 뛰어난 IDP만을 이용하여 최적의 궤적을 찾아간다.

실 험

최적제어 연구를 위해 Jensen(1964), Lapidus and Luss(1967) 그리고 Rao and Luus(1972)가 사용한 전형적인 화학공정 시스템인 등은 광화학 CSTR의 최적제어 문제는 다음과 같은 식으로 표현된다[4].

$$\frac{dx_1}{dt} = 6 - qx_1 - 17.6x_1x_2 - 23x_1x_6u_3$$

$$\frac{dx_2}{dt} = u_1 - qx_2 - 17.6x_1x_2 - 146x_2x_3$$

$$\frac{dx_3}{dt} = u_2 - qx_3 - 73x_2x_3$$

$$\frac{dx_4}{dt} = -qx_4 + 35.2x_1x_2 - 51.3x_4x_5$$

$$\frac{dx_5}{dt} = -qx_5 + 219x_2x_3 - 51.3x_4x_5$$

$$\frac{dx_6}{dt} = -qx_6 + 102.6x_4x_5 - 23x_1x_3u_3$$

$$\frac{dx_7}{dt} = -qx_7 + 46x_1x_6u_3$$

$$\frac{dx_8}{dt} = 5.8(qx_1 - 6) - 3.7u_1 - 4.1u_2 + q(23x_4 + 11x_5 + 28x_6 + 35x_7) - 5u_3^2 - 0.099$$

여기서 $q = u_1 + u_2 + 6$ 로 총유량이다.

제어변수의 범위는 다음과 같다.

$$0 \leq u_1 \leq 20$$

$$0 \leq u_2 \leq 6$$

$$0 \leq u_3 \leq 4$$

목적함수는 $0 \leq t \leq t_f$ 의 시간동안 $x_8(t_f)$ 를 최대로 하는 것이다. 구하고자 하는 문제는 초기값으로 $X(0) = \{0.17231, 0.36617, 0.10880, 0.05411, 0.23570, 0.04630, 0.01662, 0\}$ 을 사용하여 $t_f = 0.2h$ 까지 목적함수를 최대화하는 제어변수의 궤적을 찾는 것이다.

유전 알고리즘의 제어변수는 다음과 같다. 교배(Crossover) 확률은 0.6, 돌연변이(Mutation) 확률은 0.001, 인자수는(Population Number) 10개, 세대수(Generation Number)는 2개로 하였다.

결과 및 고찰

그림1.은 본 연구에서 제안한 혼성 알고리즘과 IDP의 수렴과정을 비교한 그래프이다. 혼성 알고리즘의 초기값이 IDP보다 좋음을 알수있다. 이것은 무작위로 초기값을 선정하고 탐색하는 IDP와는 달리 유전알고리즘의 도움으로 보다 낮은 값으로 탐색하는 혼성알고리즘의 특징이다. 그림2. 그림3.은 각각 혼성 알고리즘으로 구한 제어변수의 궤적과 IDP로 구한 제어변수의 궤적이다. 이번 문제의 경우 최종적으로 구한 최적궤적이 거의 같다. 그러나 더욱 복잡한 문제의 경우 IDP는 전역탐색의 한계에 부딪힐 것이나 본 연구에서 제안한 혼성알고리즘은 그 한계를 충분히 극복할 것으로 기대한다.

참고문헌

1. EDGAR, T. F. and HIMMELBLAU, D. M., 1988, *Optimization of Chemical Processes* (New York: McGraw-Hill), p. 401
2. LUUS, R., 1989, Optimal control by dynamic programming using accessible grid points and region contraction. *North American/German Workshop on Chemical Engineering Mathematics and Computation: 1990, Optimal Control by dynamic programming using systematic reduction in grid size. International Journal of Control*, **51**, 995-1014
3. D. E. GOLDBERG, *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*, Addison Wesley, 1989.
4. RAO, S. N., and LUUS, R., 1972, Evaluation and improvement of control vector

iteration procedures for optimal control. *Canadian Journal of Chemical Engineering*, 50, 777-784

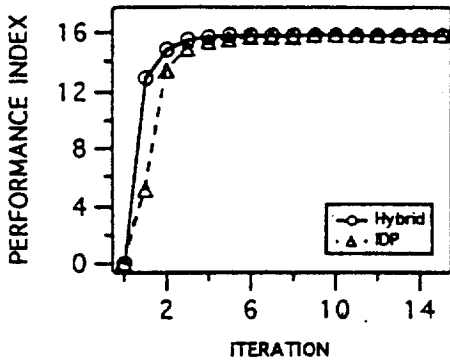


fig1. Convergence to the optimum for the CSTR

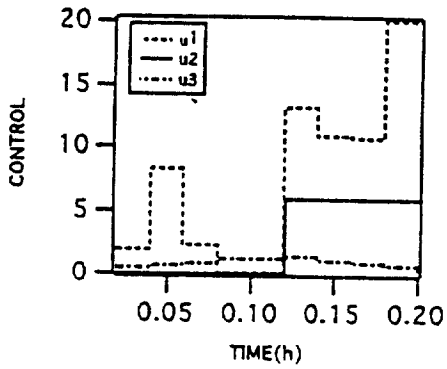


fig2.- Optimal control policy using Hybrid scheme taking 1.0h as the initial time

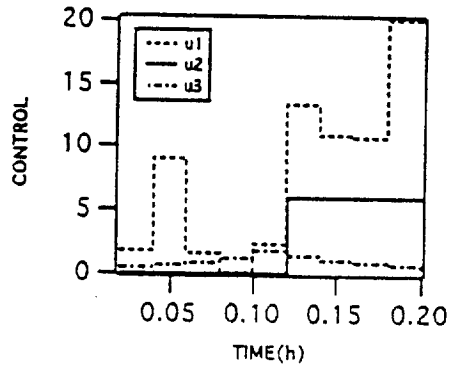


fig3.- Optimal control policy using IDP scheme taking 1.0h as the initial time