



### Governing Equations and Boundary Conditions

본 연구에서 고려한 cusp 형태의 자기장이 가해진 CZ 공정의 개략도는 Fig.1과 같다. 원통형과 원통형이 아닌 도가니에 대해 용융액 지역에서는 온도분포와 유동을, 결정지역에서 온도분포를 바탕으로 용융액-결정 경계면의 형태를 결정하였다. 또한 정해진 계면형태하에서 산소농도분포를 구하였다. 각 상에 적용한 지배방정식과 경계조건은 다음과 같다.

#### 1. Melt Region

용융액지역의 무차원 지배방정식은 아래와 같다.

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u} - \frac{Gr}{Re^2} (T - T_o) \mathbf{e}_x + N(\mathbf{J} \times \mathbf{B})$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T = \frac{1}{Pe} \nabla^2 T$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla C = \frac{1}{Pe, c} \nabla^2 C$$

유동에 관한 경계조건은 고체-용융액표면은 no-slip조건, 용융액-기체면에는 no shear stress조건을 적용하였고, 열전달방정식에서는 자유계면에는 Stephan-Boltzman law를 적용하였으며 물질전달방정식에서는 도가니 벽면에 Arrhenius relation을 사용하였다.

#### 2. Crystal Region

결정지역에서는  $T_s = (\tilde{T}_s - T_m)/T_m$  으로 정의했을 때 열전달 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = \sigma \mathbf{e}_3 \cdot \nabla T_s + \frac{1}{P_s} \nabla^2 T_s$$

축대칭문제에 있어서는  $\mathbf{e}_3$  방향으로 온도구배가 없기 때문에 아래와 같이 간단해진다.

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = \frac{1}{P_s} \nabla^2 T_s$$

결정의 윗부분에는 단열조건을 경계면에는 녹는점 온도  $T_s = 0$ , 결정 옆면에는 복사조건을 사용하였다.

#### 3. Crystal-Melt Interface

결정-용융액 경계면의 형태를 결정하기 위해서는 경계면의 이동을 서술하는 또 하나의 방정식이 필요한데 이것은 경계면의 에너지수지식으로 부터 유도된다.

$v_{c, growth} = k_s T_c / Ll_c$ ,  $t_{c, growth} = Ll_c^2 / k_s T_c$  를 이용하여 무차원하면 아래와 같은 관계식을 구할 수 있다.

$$v_x + V = \left[ \frac{\partial T_s}{\partial n} - \left( \frac{k_L}{k_S} \right) \frac{\partial T_L}{\partial n} \right] n_x$$

여기서  $n_x$ 는 법선벡터의 x-성분이며  $k_L, k_S$ 는 용융액과 결정의 열전도도,  $V$ 는 결정을 당기는 인장속도이다.

### Numerical Method

앞에서 말한 것처럼 결정-용융액경계면의 형태를 수치해의 일부로 구하기위해 초기 경계면의 형태를 평평하다고 가정하고 fictitious time-dependent problem의 해를 구했는데 이때 다음단계의 경계면의 형태는 지배방정식과 경계면의 matching조건에 의해 얻어진다. 이러한 방법으로 수치해를 구하기위해서는 좌표계가 매우 중요한 역할을 한다.

본 연구에서 사용한 직교좌표계 구성법의 특징은 우선 반복계산없이 해를 구한다는 것과 좌표점의 간격을 조정하는데있어서 자유도를 3번까지 확장시켰으며 다음의 조절함수를 도입하여 좀더 자유롭게 하였다[8].

$$q(v) = 3\left(\frac{v}{v^*}\right)^2 - 2\left(\frac{v}{v^*}\right)^3$$

### Numerical Results and Discussion

앞에서 언급했듯이 본 연구에서는 여러가지 조업변수들이 결정-용융액 경계면의 형태에 어떤 영향을 미치는지에 관심이 있다. 특히 결정의 회전, 도가니의 회전, 도가니 벽면의 온도, 도가니 형태, 자기장의 세기등과 결정-용융액 경계면 형태와의 관계를 고찰하였다. 본 수치해석에서 사용한 변수값은 다음과 같다.

$$Re = 5.02, Gr = 9.18e6, Pr = 0.015, Sc = 10$$

- (1)결정의 회전속도가 빨라질수록 결정-용융액 경계면의 형태는 용융액쪽으로 오목해졌는데 이것은 경계면 근처의 유동중에 biaxial성분이 커짐에 기인하기 때문이다.
- (2)도가니의 회전속도가 빨라질수록 결정-용융액 경계면의 형태는 용융액쪽으로 볼록해지는 것을 알 수 있었는데 이것은 경계면 근처의 유동중에 uniaxial성분이 커졌기 때문이다.
- (3)도가니 벽면의 온도가 높아질수록 경계면은 용융액쪽으로 볼록해지는 것을 알 수 있었다.
- (4)Cusp형태의 자기장은 경계면의 형태에는 별 영향을 주지 못했는데, 이것은 Cusp형태의 자기장의 특성상 경계면 근처의 유동에는 영향을 주지 못하기 때문이다.
- (5)도가니 형태는 경계면 형태에 중요한 영향을 주었는데, Fig. 2와 Fig. 3은 경계면 형태의 변화가 일정한 error범위 안으로 수렴할 때까지 반복계산해서 얻은 (a)Grid System과 (b)Stream line, Isothermal line이다. 그림에서 볼 수 있듯이 Fig. 3 형태의 경우가 원통형의 경우보다 평평한 경계면을 가지는 것을 볼 수 있었다.

### References

1. F. Shimura, Semiconductor Silicon Crystal Technology, Academic Press, New York (1989).
2. N. Kobayashi and T. Arizumi, Japan. *J. Appl. Phys.* **8**, 361-367 (1970).
3. N. Kobayashi and T. Arizumi, Japan. *J. Appl. Phys.* **9**, 1255-1259 (1970).
4. J.J. Derby, R.A. Brown, F.T. Geyling, A.S. Jordan, and G.A. Nikolakopoulos, *J. Electrochem. Soc.* **132**, 470-482 (1975).

5. J.J. Derby, R.A. Brown, *J. Crystal Growth* 74, 605-624 (1980).
6. J.J. Derby, R.A. Brown, *J. Crystal Growth* 75, 227-240 (1986).
7. J.J. Derby, R.A. Brown, *J. Crystal Growth* 83, 137-151 (1987).
8. H.J. Oh and I.S. Kang, *J. Comput. Phys.* 112, 138-148 (1994).

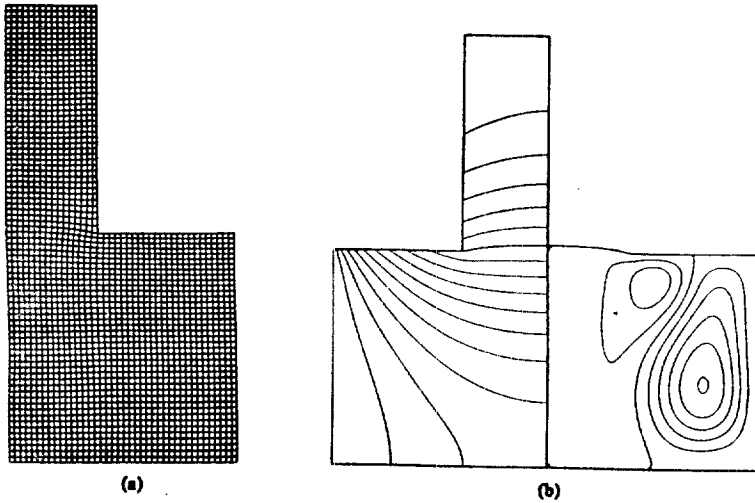


Fig. 2. Result for the case of cylindrical crucible geometry when  $Re=500$ ,  $Gr=9.18e6$ ,  $Pr=0.015$ ,  $N=0$ ,  $\omega_r=0$ ,  $T_{wall}=0.1$

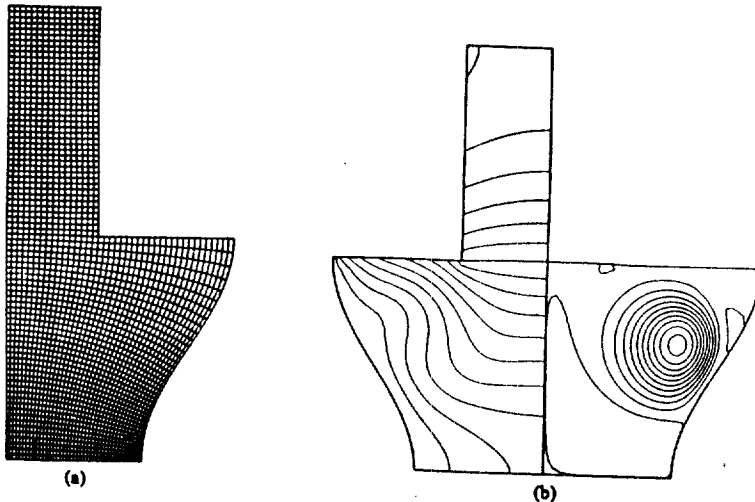


Fig. 3. Result for the case of non-cylindrical crucible geometry when  $Re=500$ ,  $Gr=9.18e6$ ,  $Pr=0.015$ ,  $N=0$ ,  $\omega_r=0$ ,  $T_{wall}=0.1$