

## 미세 채널에서의 비균일 전기장에 의한 전기삼투 혼합 해석

김성재, 차효숙, 강인석, 윤병준  
포항공과대학교 기계산업공학부 화학공학과

## Electroosmotic Mixing in a Microchannel with Non-uniform Electrical Fields

Sung Jae Kim, Hyo Sook Cha, In Seok Kang and Byung Jun Yoon

Dept. of Chem. Eng. and Div. Mech. & Ind., POSTECH

## 서론

Microfluidic 시스템을 구성하는 미세 채널에서의 유체 유동은 채널의 작은 크기 때문에 층류를 형성하고 매우 얇은 전기 이중층으로 인하여 plug flow 형태가 되어 Taylor 분산이 최소화된다. 이와 같은 특성은 전기영동을 이용한 물질의 분리와 같은 작업에는 매우 효율적이지만 유체를 혼합시킬 목적에는 plug flow가 적합하지 않다. 이러한 문제점을 극복하기 위하여 미세 채널의 3차원 구조를 복잡하게 하는 방법이 주로 사용되었으나[1-3] 채널 부피에 비하여 표면적이 커져 유체를 제어하는데 어려움이 생긴다. 따라서 본 연구에서는 단순한 사각 미세 채널 내부에서 비균일 전기장 분포를 활용하여 유체 시료의 전기삼투 혼합을 해석하였다. 첫째, 표면 전위가 일정한 미세채널에 외부 전극 이외에 추가적으로 채널 밑면의 길이방향으로 전극을 배치함으로써 나선형 유동이 유발되는 것을 전산 모사하였으며 둘째, 비균일 표면 전위 분포를 갖는 미세채널에 교류 전기장을 걸어주었을 때의 전기삼투흐름의 해석해를 구함으로써 유체의 혼합을 관찰하였다. 이러한 비균일 전기장을 이용하면 사각 미세 채널 내부에 Reynolds 수가 1이하인 유동장에서도 활발한 유체 혼합이 일어남을 고찰할 수 있었다.

## 이론

전기삼투 현상은 전해질 용액의 이온이 채널 벽면의 전기적 특성에 따라 이동하여 전기 이중층을 형성할 때, 가해지는 전기장에 따라 채널 벽면에서 전기장에 평행한 방향으로 유동이 생기게 된다. 이러한 특성을 이용하면 전기장을 변형시킴으로써 유동장을 변형시킬 수 있다. Figure 1은 나선형 유동을 유발시키기 위한 미세 채널의 전극 배치도이다.

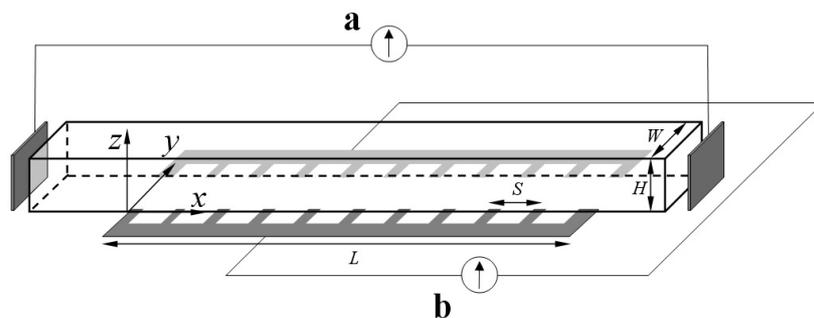


Figure 1. 채널 양 끝에 주전극(a)과 밑면에 추가전극(b)을 갖는 사각 미세채널의 개념도

본 연구에서는 채널의 크기를  $W=H=S=100\mu\text{m}$ ,  $L=1\text{mm}$ 로 하였다. (a)전극은 채널에 평행한  $x$  축 방향의 전기장( $E_{||}$ )을 형성하며 채널 바닥면에 추가시킨 (b)전극은 채널에 수직인  $y$  축 방향으로 전기장( $E_{\perp}$ )을 형성시킨다. 채널 벽면의 전하 분포가 균일하기 때문에 두 전기장의 상호작용에 의하여 전체적으로 채널의 옆면과 윗면은 채널에 평행하게 전기장이 유지되지만 채널 밑바닥면에서는 figure 2에서 보듯이  $E_{\perp}$ 의 영향에 의해 채널의 대각선 방향으로 전기장이 형성된다.

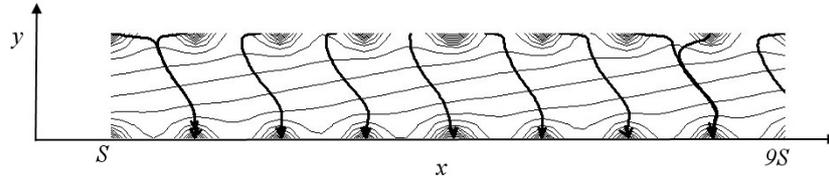


Figure 2. 채널 밑면( $z=0$ )에서의 전기장(굵은 선)과 등전위선(얇은 선).

채널 내부의 전기장 분포는 3차원 Laplace식을 통하여 얻을 수 있고 이를 채널 내부 유동장의 경계 조건으로 사용되는 Smoluchowski식( $\mathbf{u}|_s = -\epsilon\zeta\mathbf{E}/\mu$ )에 이용되었다. 유동장의 3차원 전산 모사는 Flow3D<sup>®</sup> 프로그램을 이용하여 수행하였다.

또한 Figure 3과 같이 비균일 벽면 전위 분포를 갖는 2차원 미세 채널에 교류 전기장을 걸어주어 전기 삼투 유동을 형성하는 경우에 관하여 고찰하였다.

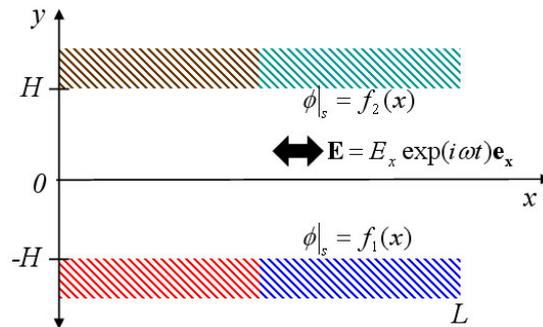


Figure 3. 비균일 표면 전위 분포를 갖는 2차원 미세 채널에서의 교류 전기삼투 흐름 시스템.

여기서  $\phi$ 는 전기적 전위이며,  $\omega$ 는 교류 전기장의 주기이며, 외부 전기장은  $x$  축 방향으로의 교류를 걸어준다. 채널 벽면의 전위 분포는 주기  $L$ 을 갖는 임의의 함수로 주어진다. 이러한 시스템에서의 교류 전기 삼투흐름은 다음의 electrical body force를 갖는 time-dependent Stokes식과 연속방정식에 의해 지배된다.

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v} + \rho^E \mathbf{E} e^{i\omega t}, \quad \nabla \cdot \mathbf{v} = 0. \quad (1)$$

여기서  $\rho$ 는 유체의 밀도,  $\mu$ 는 점성도이다.  $\rho^E$ 는 전하밀도이며, 다음의 선형화된 Poisson-Boltzmann식으로부터 얻을 수 있다.

$$\nabla^2 \phi = \kappa^2 \phi, \quad \rho^E = -\epsilon \nabla^2 \phi. \quad (2)$$

여기서  $\kappa$ 는 Debye 길이의 역수이고,  $\epsilon$ 은 유체의 유전율이다. 고려하는 시스템이 2차원 미세 채널이므로 stream function( $\Psi$ ) 해석 방법을 통하여 전기삼투흐름을 해석할 수 있다. 다음은 식(1)을 stream function으로 표시한 식이다.

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} (\nabla^2 \Psi) = \mu \nabla^4 \Psi - \epsilon \kappa^2 \frac{\partial \phi}{\partial y} E_x e^{i\alpha}, \quad v_x = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad v_y = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}. \quad (3)$$

이전에는 전기 삼투흐름의 해석해를 구하기 위한 경계 조건으로 얇은 전기이중층 가정을 하여 미끄러짐 조건을 사용했었다[4-5]. 하지만 채널이 다른 종류의 전해질로 채워질 경우 같은 미끄러짐 조건을 사용할 수 없게 된다. 따라서 본 연구에서는 각 채널 벽면에서 안미끄러짐조건을 주었으며 비균일 전하분포와 마찬가지로 주기  $L$ 의 주기적 경계 조건을 주었다. 전기 이중층 전위 분포와 전기 삼투 유동장은 변수분리 법으로 해석해를 구하였다.

### 결과 및 토론

Figure 4는 정상상태에서 채널의 바닥의 전극에 의해 수직 방향의 전기장이 전기삼투흐름에 영향을 주어 나선 유동이 형성된 그림이다.

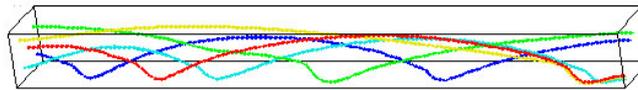


Figure 4. 미세 채널 내부의 나선형 전기삼투흐름.

나선 유동은 plug flow 형태의 전기삼투흐름을 활발히 변형시켜 시료 혼합 효율을 크게 높인다. Figure 5는 채널 입구의 두 가지 입자들의 경로를 시간에 따라 표시한 그림이다.

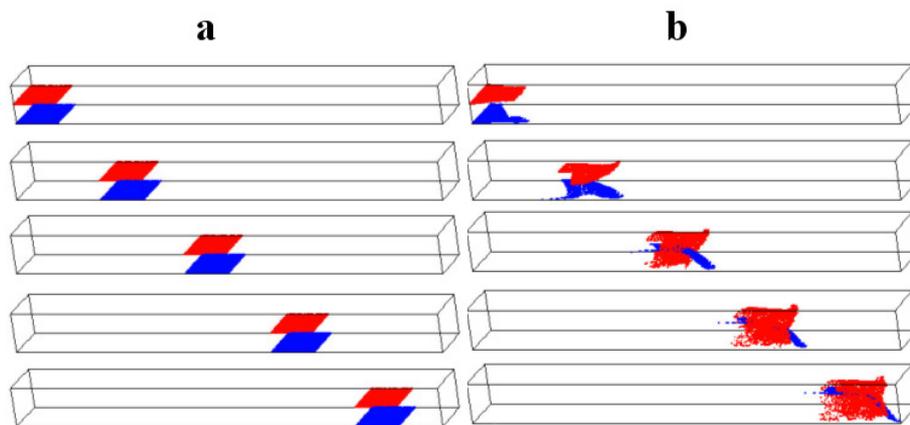


Figure 5. 미세 채널 내부의 입자의 경로 (a)  $E_{\perp}/E_{\parallel}=0$ , (b)  $E_{\perp}/E_{\parallel}=2.0$ .

여러 가지  $E_{\perp}/E_{\parallel}$  값에 따라 다양한 나선형 유동이 형성된다.  $E_{\perp}$  값이 0인 일반적인 전기삼투흐름에서는 figure 5의 (a)와 같이 입자들이 혼합 없이  $x$ 축에 평행하게 흐름을 알 수 있다.  $E_{\perp}$  값이 커질수록 나선 유동이 더욱 활발해져 시료 혼합이 활발해지지만 전기 분해를 일으킬 수도 있으므로 주의하여야 하며  $E_{\parallel}$  값이 너무 작아지면 유체가 너무 느리게 이동하게 된다. 따라서 적절한 전기장의 세기를 결정하여야 하는데  $E_{\parallel}$ 의 크기는  $10^4 \text{V/m}$ 이며

이때 활발한 시료 혼합을 위해서는  $E_{\perp}/E_{\parallel}$ 이 2.0인 비율이 효율적이다.

다음은 2차원 비균일 전위 분포를 갖는 미세 채널에서의 전기삼투흐름에 시간 주기적 교류를 걸어주었을 때의 결과이다. Figure 6은 두 벽면이 각각  $f_1=\zeta_0\sin(2\pi x/L)$ ,  $f_2=\zeta_0\cos(2\pi x/L)$ 의 비균일 표면 전하 분포를 가질 때 시간에 따른 전기삼투흐름이다.

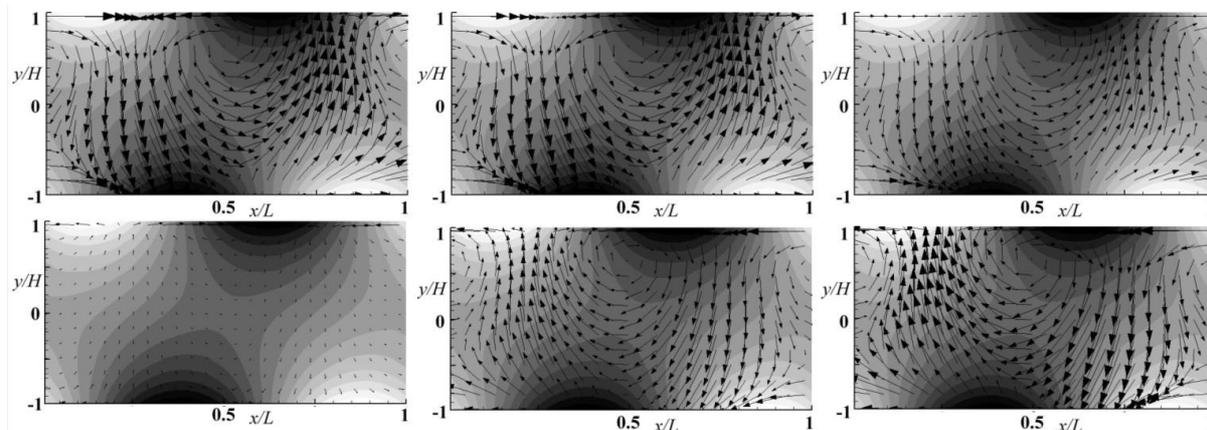


Figure 6. 교류 전기삼투 유동장.  $\omega=2\pi$ ,  $\kappa=100$ .

교류 전기삼투 혼합 효율은 교류전기장의 주파수에 가장 큰 영향을 받는다. 매우 느린 주파수의 교류 전기장은 직류를 걸어줄 경우와 같은 흐름을 보이고 매우 빠른 주파수에서는 전기 삼투 흐름이 생기지 않는다. 따라서 혼합 효율을 최고로 하는 적절한 최적 주파수가 존재한다. 또한  $H$ ,  $L$ 의 채널 형태에 따른 변수들과  $\kappa$ 와 같은 전해질용액의 성질에 따라서도 혼합 효율이 변할 것으로 기대된다. 이를 위하여 해석적으로 구한 속도장에서 입자의 경로를 계산하는 것이 중요하다. 입자의 경로는 카오스적 경로를 그릴 것으로 예상되며 이에 대한 연구는 진행 중에 있으며 추후에 논의하기로 한다.

### 감사의 글

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(과제 번호:R01-2001-00410)의 연구비 지원과 교육부의 BK21 프로그램의 연구비 지원에 의해 이루어졌으며, 이에 감사 드립니다.

### 참고문헌

1. A. Bertsch, S. Heimgartner, P. Cousseau, P. Renaud, *Lab on a Chip* 1(2001) 56.
2. C. C. Hong, J. W. Choi, C. H. Ahn, Proceedings of  $\mu$ TAS 2001, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands(2001) 31.
3. A. D. Stroock, S. K. W. Dertinger, A. Ajdari, I. Mezic, H. A. Stone, G. M. Whitesides, *Science* 295(2002) 647.
4. A. Ajdari, *Phy. Rev. E* 61(2000) R45.
5. Q. Shizhi, H. B. Haim, *Anal. Chem.* 74(2002) 3616.