

휠름 블로잉 공정의 비선형 동력학과 안정성

김현철, 정현욱, 현재천
고려대학교 화공생명공학과, 유변공정 연구센터

Nonlinear Dynamics and Stability of Film Blowing Process

Hyunchul Kim, Hyun Wook Jung, and Jae Chun Hyun
Department of Chemical and Biological Engineering, Applied Rheology Center,
Korea University

서론

휠름 블로잉 공정은 용융 상태의 고분자 물질이 관상의 다이(die)를 통하여 일정한 유속으로 압출될 때, bubble 내부로의 공기 주입으로 인한 원주방향 연신과 nip-roll에서의 빠른 권취속도로 인한 축방향 연신을 작용시킴으로써 관상의 고분자 휠름을 제조하는 대표적인 다축 신장변형 공정이다. 축방향과 원주방향 연신이 동시에 작용되므로 휠름 물성을 정확하게 제어할 수 있으나 이를 위해 축방향의 연신속도, bubble내 압력, air ring에서의 냉각공기 속도 등 조절해야 할 공정 변수가 많고 복잡하여 이 공정에 대한 엄밀한 이해가 필요하다[1].

다른 신장 변형 공정인 방사, 휠름 캐스팅 공정과 마찬가지로 휠름 블로잉 공정도 생산성을 높이면서 고성능의 휠름을 제조하는 것을 그 목적으로 하고 있다. 그러나, 타공정에 비해 조절 변수가 많아 유동해석이 난해하고, 연신공명, freezeline height의 주기적인 변화, bubble의 helical 거동 등 많은 불안정성 현상이 발생되므로 이 공정의 외란에 대한 민감도와 안정성에 관한 보다 체계적인 연구가 이루어져야 한다[2-5].

연신공명 현상을 중심으로 한 이론적 분석은 Cain and Denn [6]에 의해 뉴튼 유체와 Maxwell 유체에 대해 수행되었고, 이 후 Yoon and Park [7]에 의해 공압출 공정으로 확대되었다. 그러나, 이들 연구자는 등은 공정만을 고려하여 공정 불안정성을 해석함으로써 그림 1에서 보여주는 것과 같이 실제로 관찰되는 bubble의 불안정성을 예측하지 못하였다. 즉, 연신공명이 발생하면 bubble 직경, 휠름 두께, 압력 등이 주기적으로 변하는 동시에 freezeline height도 주기적으로 변하게 되는데, 등은 공정에서는 freezeline height를 고정된 것으로 가정하여 안정성을 분석하므로 그림 1과 같은 실제 변화를 설명할 수 없게 된다. 또한, 주로 선형안정성 분석으로 안정성을 분석하여 방사공정이나 휠름 캐스팅 공정에서 수행되어진 것과 같은 비선형 동적 거동에 대한 결과는 휠름 블로잉 공정에서 아직 수행되어 있지 않은 상태이다.

따라서, 본 연구에서는 휠름 블로잉 공정에서 나타나는 연신공명 현상의 엄밀한 분석을 위해 처음으로 비선형 과도 응답(transient response)을 계산하였고 이로부터 다양한 공정조건하에서 불안정한 거동 특성을 살폈다. 이로부터 구한 임계점은 선형안정성 분석으로부터 정확하게 확인될 수 있으며, 주기 해의 거동이 실험과 정성적으로 잘 맞음을 확인하였다. 과도 응답으로부터 구축된 정보는 이 공정을 안정하게 하기 위한 방법론을 제시하는데 있어 필수적이다.

본론

신장변형 거동을 잘 묘사하는 점탄성 Phan-Thien and Tanner (PTT) 유체를 사용하여 휠름 블로잉 공정에 대한 일차원의 무차원 지배방정식을 구성하면 다음과 같다[1, 2].

$$\text{Continuity equation: } \frac{\partial}{\partial t} \left(r w \sqrt{1 + \left(\frac{\partial r}{\partial z} \right)^2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} (r w v) = 0 \quad (1)$$

$$\text{Axial force balance: } \frac{2 r w \sigma_{11}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial r}{\partial z} \right)^2}} + B (r_F^2 - r_2) = T_z \quad (2)$$

$$\text{Radial force balance: } B = w \left(- \frac{\sigma_{11} (\partial^2 r / \partial z^2)}{(1 + (\partial r / \partial z)^2)^{3/2}} + \frac{\sigma_{33}}{r \sqrt{1 + (\partial r / \partial z)^2}} \right) \quad (3)$$

Constitutive equation: PTT fluids

$$\exp[\epsilon \text{De}_0 \text{tr } \boldsymbol{\tau}] \boldsymbol{\tau} + \text{De} \left[\frac{\partial \boldsymbol{\tau}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \boldsymbol{\tau} - \mathbf{L} \cdot \boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{L}^T \right] = 2 \frac{\text{De}}{\text{De}_0} \mathbf{D} \quad (4)$$

$$\text{where, } \mathbf{L} = \nabla \mathbf{v} - \xi \mathbf{D}, \quad \text{De} = \text{De}_0 \exp \left(k \left(\frac{1}{\theta} - 1 \right) \right)$$

Equation of energy:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\mathbf{v}}{\sqrt{1 + (\partial r / \partial z)^2}} \frac{\partial \theta}{\partial z} + \frac{U_c}{w} (\theta - \theta_a) + \frac{E}{w} (\theta^4 - \theta_\infty^4) = 0 \quad (5)$$

Boundary conditions:

$$r = r_0, w = w_0, v = v_0, \theta = \theta_0, \boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_0 \quad \text{at } z = 0 \quad \text{for all } t \quad (6)$$

$$\frac{\partial r}{\partial t} + \frac{\mathbf{v}}{\sqrt{1 + (\partial r / \partial z)^2}} \frac{\partial r}{\partial z} = 0, \theta = \theta_F \quad \text{at } z = X_F \quad \text{for all } t \quad (7)$$

정상상태의 해는 같은 조건의 압력(B)와 축방향 응력(T_z)에 대해 다중해가 존재하므로 이를 효율적으로 계산하기 위해 pseudo arc-length continuation 기법을 사용하여 얻었으며, 과도 응답 해는 OCFE (orthogonal collocation method on finite element)를 이용하여 수치적분하여 구해졌다. 본 수치 계산은 다음과 같은 모델의 개선을 통해 수행되었다. 비등온 공정인 경우 freezeline height을 기존 연구자들과 같이 임의의 고정된 지점으로 가정하지 않고, 실험에 의해 밝혀진 결과를 토대로 bubble의 고형화 온도까지 냉각되는 지점으로 정의하였다. 또한, bubble 내부에 주입된 공기의 양도 현실적인 모델로부터 예측하여 보다 실제적인 bubble의 거동을 살폈다.

결과 및 고찰

PTT 유체가 bubble의 거동을 잘 묘사한다는 사실은 간단한 등온 공정에서도 쉽게 확인된다. 그림 2는 freezeline height이 5로 고정된 경우, 압력(B)와 축방향 응력(T_z)을 변화시켜가며 얻은 등온공정에서의 정상상태 해를 BUR(blow-up ratio)과 TR(thickness reduction)에 대해 도시한 것이다. Cain and Denn [6]에 의해 제시된 Upper-Convected Maxwell 유체 모델은(그림 2(b)) 축방향 힘이 증가할 때 BUR이 1 근처로 되면서 더 이상 필름의 두께가 변하지 않는 비현실적인 거동을 보이는 반면, PTT 유체 모델은(그림 2(a)) 힘이 커짐에 따라 계속적으로 필름 두께가 감소되는 것을 보여주므로 실제 bubble 거동을 잘 나타낸다. 그러나, 이와 같은 등온 공정조건은 필름 블로잉 공정을 간단히 해석하기 위해 고려된 것으로 실제적인 bubble 거동을 설명할 수 없는 한계가 있다. 실제 거동은 앞에서 언급한 바와 같이 비등온 공정의 냉각 조건으로 freezeline height이 결정되게 함으로써 보다 분명하게 예측될 수 있다.

그림 3은 Han and Park [2]에서 제시한 조건으로 계산된 비등온 공정의 정상상태 해

를 도시한 것으로 이 경우, 두 가지 형태로 결과를 정리해 볼 수 있다. 그림 3(a)는 freezeline height이 5가 되는 해를 얻도록 냉각을 달리하면서 얻은 결과이고, 그림 3(b)는 냉각을 일정하게 유지하면서 구한 결과로, 이 때 freezeline height은 매 조건마다 다르게 된다. 물론 복잡한 형태의 다중해가 존재하므로 이러한 다중해에서 공정의 안정성이 어떻게 변화되는지 고찰하는 것이 이 공정의 안정성 확보에 필수적이다.

공정의 안정성도 다음과 같이 크게 두 가지 조건으로 해석될 수 있다. 첫 번째는 일반적으로 적용되는 운전조건으로 권취속도와 bubble 내부에 주입된 공기의 양을 일정하게 유지하면서 안정성을 살펴보는 경우이고(그림 4(a)), 다른 하나는 권취속도와 bubble 내부의 공기 압력을 일정하게 유지하면서 안정성을 살펴보는 것이다(그림 4(b)). 공정조건이 바뀔 때 따라 비선형 공정 특성으로 인해 공정 변수들의 phase-trajectory 거동 등이 달라지는 것을 볼 수 있다. 예를 들면, 그림 4(b)와 같이 압력을 일정하게 유지한 경우, A 지점의 불안정한 조건이 외란의 조건에 따라 위의 불안정한 영역으로(B) 또는 아래의 안정한 영역으로(C) 이동하는 특이한 거동이 관찰된다. 전체적으로는 bubble 내부의 공기양을 일정하게 유지하면서 운전하는 것이 더 안정한 조건임을 알 수 있다.

이러한 과도 응답의 결과는 선형안정성 분석 결과와도 정확하게 일치하였으며, 실험적으로도 잘 맞음이 확인되는 바, 헬름 블로잉 공정의 안정성, 민감도, 생산성을 향상시키는 최적의 방법론을 제시하기 위한 유용한 정보라 할 수 있다.

참고문헌

1. Pearson, J. R. A. and Petrie, C. J. S.: *J. Fluid Mech.*, **40**, 1 (1970).
2. Han, C. D. and Park, J. Y.: *J. Appl. Polym. Sci.*, **19**, 3277 (1975).
3. Kanai, T. and White, J. L.: *Polym. Eng. Sci.*, **24**, 1185 (1984).
4. Minoshima, W. and White, J. L.: *J. Non-Newt. Fluid Mech.*, **19**, 275 (1986).
5. Ghaneh-Fard, A., Carreau, P. J., and Lafleur, P. G.: *AIChE J.*, **42**, 1388 (1996).
6. Cain, J. J. and Denn, M. M.: *Polym. Eng. Sci.*, **28**, 1527 (1988).
7. Yoon, K. S. and Park, C. W.: *Int. Polym. Proc.*, **14**, 342 (2000).

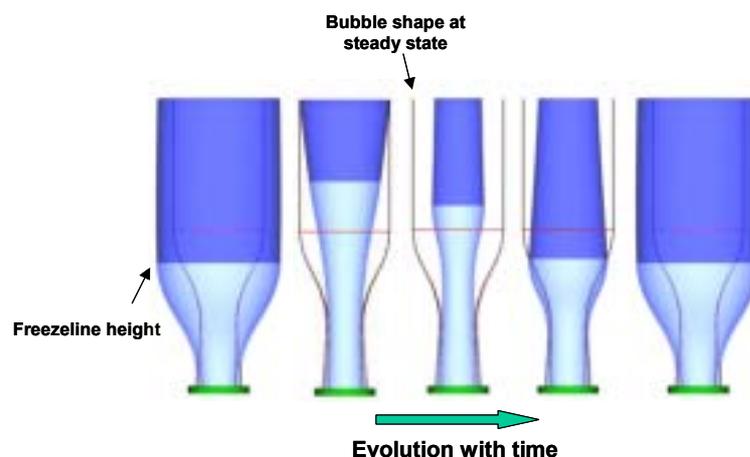


Figure 1. Transient bubble shape under the unstable condition.

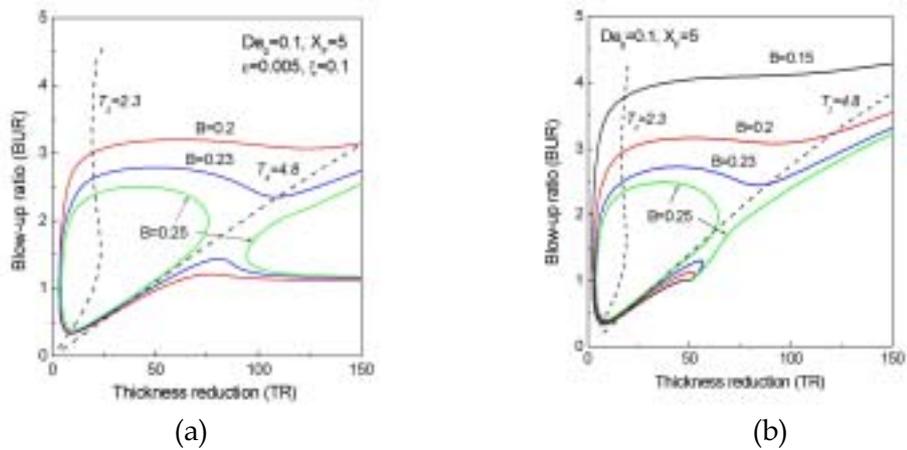


Figure 2. Isothermal steady solutions of (a) a PTT fluid and (b) a Maxwell fluid.

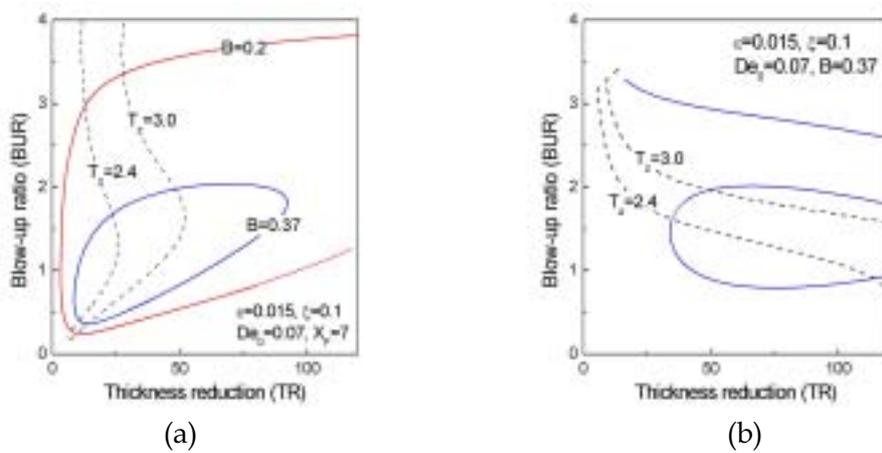


Figure 3. Nonisothermal steady solutions under (a) the fixed freezeline height and (b) fixed cooling conditions.

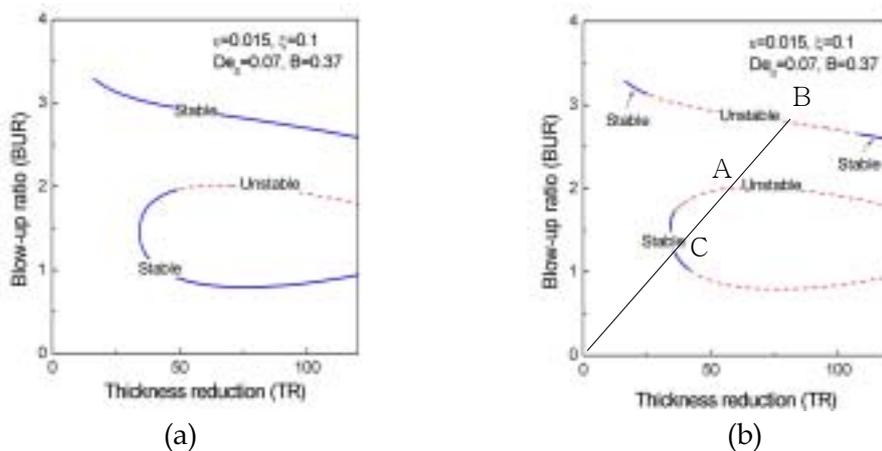


Figure 4. Stability results of the steady solutions of Fig. 3(b) to any disturbances under the following operating conditions: (a) constant air amount inside the bubble and (b) constant blow-up pressure.