Chap 11 복사

11-1 복사의 기본 개념

온도가 절대 0도 이상인 물체는 복사 에너지를 방사한다.
복사는 전도 및 대류와는 달리 열전달 매질이 필요없다. 즉 진공에서도 복사는 진행된다.
$\lambda = 0.1\mu m$ 에서 $\lambda = 100\mu m$ 사이의 복사를 일반적으로 열 복사라고 한다.

11-2 흑체 복사 법칙

흑체 : 흑체는 흑체로 입사하는 모든 방향 모든 파장의 복사를 흡수한다. 흑체 보다 더 많은 에너지를 방사하는 물질은 없다. 즉 온도 T인 흑체는 그 온도에서 방사할 수 있는 최대의 에너지를 방사한다고 할 수 있다.

<u>흑체 방사도</u>

흑체에 의해 진공으로 방사된 복사에너지를 온도와 파장의 함수로 다음과 같이 나타낸다 (Planck)

$$E_{b\lambda} = \frac{c_1}{\lambda^5 \{\exp[c_2/(\lambda T)] - 1\}}$$

이 식을 그림으로 나타낸 것이 그림 11-2이다. 이 그림은 다음과 같은 특징을 보인다.

1. 모든 파장에서 온도가 증가하면 방사도는 증가한다.
2. 각 곡선은 하나의 peak를 보인다.
3. 온도가 증가함에 따라 peak는 단 파장쪽으로 이동한다.

<u>Wien의 법칙</u>

그림 11-2의 peak를 연결한 곡선은 다음과 같은 관계를 보인다.

$$(\lambda T)_{max} = 2897.6 \mu m \cdot K$$

<u>Stefan-Boltzmann의 법칙</u>

위의 흑체 방사도를 전 파장 영역에 걸쳐서 적분하면 다음과 같이 된다.

$$E_b(T)=\int_{\lambda=0}^{\infty} E_{b\lambda}(T)d\lambda=\sigma T^4$$

$$\sigma=5.67\times10^{-8}\ W/\left(m^2\cdot K^4\right)$$

흑체 복사함수

온도 T에서 특정 파장 범위에서 방사한 에너지의 비율

$$f_{0-\lambda}(T)=\frac{\int_0^{\lambda}E_{b\lambda}(T)d\lambda}{\int_0^{\infty}E_{b\lambda}(T)d\lambda}=\frac{\int_0^{\lambda}E_{b\lambda}(T)d\lambda}{\sigma T^4}$$

λ_1에서 λ_2까지의 파장에서 방사한 에너지의 비율은 다음과 같이 구한다.

$$f_{\lambda_1-\lambda_w}(T)=f_{0-\lambda_2}(T)-f_{0-\lambda_1}(T)$$

11-3 표면에서의 복사 성질

방사율(emissivity)

같은 온도에서 흑체가 방사한 에너지에 대한 실제 표면이 방사한 에너지의 비

$$\varepsilon=\frac{q(T)}{\sigma T^4}$$

어떤 특정 파장에서의 스펙트럼 방사율은

$$\varepsilon_\lambda=\frac{q_\lambda(T)}{E_{b\lambda}(T)}$$

이다. 다음과 같은 경우의 방사율을 계산하여 보자

$0-\lambda_1$에서 $\varepsilon_\lambda=\varepsilon_1$

$\lambda_1-\lambda_2$에서 $\varepsilon_\lambda=\varepsilon_2$

$\lambda_2-\infty$ 에서 $\varepsilon_\lambda=\varepsilon_3$

$$\varepsilon=\frac{\int_0^{\infty}\varepsilon_\lambda E_{b\lambda}(T)d\lambda}{\sigma T^4}=\frac{\varepsilon_1\int_0^{\lambda_1}E_{b\lambda}(T)d\lambda}{\sigma T^4}+\frac{\varepsilon_2\int_{\lambda_1}^{\lambda_2}E_{b\lambda}(T)d\lambda}{\sigma T^4}+\frac{\varepsilon_3\int_{\lambda_3}^{\infty}E_{b\lambda}(T)d\lambda}{\sigma T^4}$$

$$= \varepsilon_1 f_{0-\lambda_1}(T) + \varepsilon_2 [f_{0-\lambda_2}(T) - f_{0-\lambda_1}(T)] + \varepsilon_3 [f_{0-\lambda_3}(T) - f_{0-\lambda_2}(T)]$$

흡수율(absorptivity): α
흑체는 입사하는 모든 복사를 흡수하지만, 실제 표면을 그렇지 않다. 흡수율은 입사하는 복사중 표면이 흡수한 비율을 나타낸다.

반사율(reflectivity): ρ
반사율은 입사하는 복사중 표면이 반사한 비율을 나타낸다.

투과율(transmissivity): τ
투과율은 입사하는 복사중 표면을 투과한 비율을 나타낸다. 불투명체에서는 $\tau = 0$.

다음과 관계는 항상 성립하여야 한다.

$$\alpha + \rho + \tau = 1$$

회색체
일반적으로 흡수율과 방사율은 복사 파장에 좌우된다. 전체 파장에 걸쳐서 방사율이 일정한 표면을 회색체(gray body)라고 한다.

Kirchhoff의 법칙
온도 T에서 물체의 복사의 스펙트럼 방사율은 같은 온도에서 흑체가 방사한 복사에 대한 물체의 흡수율과 같다.

$$\varepsilon_\lambda(T) = \alpha_\lambda(T)$$

11-4 관측 계수의 개념
방사와 반사가 모든 방향에 대하여 동일한 산란 방사체이고 산란 반사체인 두 표면 사이에서 한 표면을 떠난 복사 에너지중 다른 표면에 도달하는 비율을 관측계수라고 한다.

두 요소 표면 사이에서의 관측 계수
그림 11-8과 같은 기하학적 형태에서 dA_1 을 떠난 복사에너지가 dA_2 에 도달하는 복사에너지의 비를 $dF_{dA1-dA2}$ 라 하고 다음과 같이 정의된다.

$$dF_{dA1-dA2} = \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2 dA_2}{\pi r^2}$$

반대로 dA_2로 부터 dA_1으로의 관측 계수는 다음과 같이 정의된다.

$$dF_{dA2-dA1} = \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2 dA_1}{\pi r^2}$$

위의 두 관측 계수 사이에는 다음과 같은 상호관계가 성립한다.

$$dA_1 dF_{dA1-dA2} = dA_2 dF_{dA2-dA1}$$

<u>두개의 유한 표면 사이에서의 관측 계수</u>

유한한 두 표면 사이에서의 관측 계수들은 다음과 같이 정의된다.

$$F_{A1-A2} = \frac{1}{A_1}\int_{A1}\int_{A2} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} dA_2 dA_1$$

$$F_{A2-A1} = \frac{1}{A_2}\int_{A2}\int_{A1} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} dA_1 dA_2$$

위의 두 관계에서 다음과 같은 상호관계를 유도할 수 있다.

$$A_1 F_{A1-A2} = A_2 F_{A2-A1}$$

하지만 간단한 경우를 제외하고는 위의 적분을 통하여 관측 계수를 계산하는 것은 쉬운 일이 아니다.

<u>관측 계수의 성질</u>

모든 표면이 산란 방사체이고 산란 반사체인 경우, 폐쇄 공간에서 i 표면을 떠난 모든 복사에너지는 i 표면 자체 및 다른 표면에 도달하게 되므로 다음과 같은 합 관계가 성립한다.

$$\sum_{k=1}^{N} F_{Ai \to Ak} = 1$$

i 표면이 볼록 면이거나 평면이면 F_{Ai-Ai}은 0이나 오목 표면인 경우에는 0이 아니다.

위의 두 관계, 즉 상호관계와 합 관계를 이용하면 많은 경우의 관측 계수를

구할 수 있다.

예제 11-6
예제 11-7

그림 예제 11-7은 폐쇄공간이고 1표면과 3표면은 평면이므로 F_{1-1}, F_{3-3}은 0이 된다. 우선 합의 관계를 이용하면

$$F_{1-1} + F_{1-2} + F_{1-3} = 1$$

$F_{1-1} = 0$ 이므로, $F_{1-2} = 1 - F_{1-3}$

상호관계를 이용하면

$$A_1 F_{1-2} = A_2 F_{2-1}$$

따라서

$$F_{2-1} = \frac{A_1}{A_2} F_{1-2}$$

11-5 관측계수 결정

앞에서 언급한 바와 같이 관측 계수의 정의를 이중적분하여 관측 계수를 구하는 것은 쉬운 일이 아니므로, 가능한한 기존의 결과를 이용하여 관측 계수를 구해야 한다. 간단한 경우에 대한 관측 계수들이 그림 11-10, 11-11, 11-12 및 11-13에 주어져 있다.

만약 면적 A_2가 A_3와 A_4로 나뉘어져 있다면, 즉 $A_2 = A_3 + A_4$라면, A_1을 떠난 복사 에너지가 A_2에 도달하는 양은 A_3과 A_4에 도달하는 양의 합과 같으므로 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$F_{1-2} = F_{1-3} + F_{1-4}$$

이 관계와 앞의 상호관계 및 합 관계, 간단한 경우의 관측계수(그림들)를 적절히 사용하여 관측계수를 결정하게 된다.

예제 11-8, 11-9, 11-10

11-6 복사교환에 대한 회로망 방법

<u>레디오시티(radiosity)의 개념</u>

i 표면에 대한 radiosity J_i 를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

J_i = (단위 면적당 표면 A_i에 의해 방사되는 복사) + (단위 면적당 표면 A_i에 의해 반사되는 복사)

단위 면적당 표면 A_i에 의해 방사되는 복사 = $\varepsilon_i E_{bi}$

$\varepsilon_i =$ i 표면의 방사율

$E_{bi} = \sigma T_i^4 = T_1$ 에서의 흑체 방사도

단위 면적당 표면 A_i에 의해 반사되는 복사 = $\rho_i G_i$
$\sigma_i =$ i 표면의 반사율
$G_i =$ i 표면으로 입사하는 총 복사 열속

불투명 표면인 경우에는 $\alpha_i + \rho_i = 1$ 이고 Kirchhoff의 법칙이 적용된다고 가정하면 $\alpha_i = \varepsilon_i$ 이므로

$$\rho_i G_i = (1 - \varepsilon_i) G_i$$

따라서 radiosity는 다음과 같이 정리될 수 있다.
$$J_i = \varepsilon_i E_{bi} + (1 - \varepsilon_i) G_i$$
위 식을 G_i에 대하여 정리하면

$$G_i = \frac{J_i - \varepsilon_i E_{bi}}{1 - \varepsilon_i}$$

가 된다.

<u>표면에서의 복사저항</u>
그림 11-16 (b)의 i 표면에 대한 열 수지식을 세워보면, 순 복사열속 q_i 는 다음과 같이 주어진다.

$$q_i = G_i - J_i = \frac{\varepsilon_i}{1 - \varepsilon_i}(E_{bi} - J_i)$$

표면 i를 떠나는 순 열전달 속도 Q_i는 다음과 같이 주어진다.

$$Q_i = A_i q_i = A_i \frac{\varepsilon_i}{1-\varepsilon_i}\left(E_{bi} - J_i\right)$$

이 식을 다음과 같이 정리하면

$$Q_i = \frac{E_{bi} - J_i}{R_i}$$

$$R_i = \frac{1-\varepsilon_i}{A_i \varepsilon_i}$$

위의 관계는 그림 11-17을 참고하여 다음과 같이 설명될 수 있다. 만일 i표면이 흑체라면 E_{bi}의 열속을 방사하지만, 실제로는 J_i를 방사한다. 이를 실제 표면 위에 가상의 표면을 설정하고 이 가상의 표면에서 J_i를 방사하며, 실제 표면과 가상의 표면사이에는 R_i의 저항이 존재한다고 할 수 있다. 만약 i 표면이 흑체라면, $\varepsilon_i = 1$이고, 따라서 $R_i = 0$이 되므로 $J_i = E_{bi}$가 된다.

<u>재복사 구역</u>

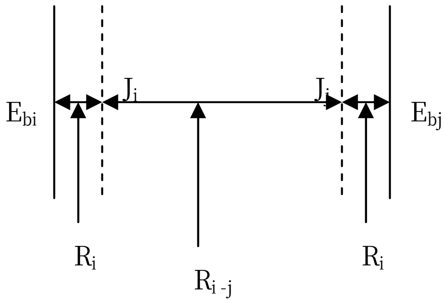
만일 i 표면에서 $Q_i = 0$인 경우에는 이 표면을 재복사구역 또는 단열 구역이라 한다. 이 경우에는 다음과 같은 관계가 얻어진다.

$$E_{bi} = J_i$$

따라서 재복사 또는 단열 구역에서는 방사율 ε_i를 열전달 해석에 포함시키지 않는다.

<u>두 표면 사이에서의 복사저항</u>

그림 11-18에서 보는 바와 같은 i와 j 표면 사이에서의 복사 열전달은 다음과 같이 해석할 수 있다.



실제표면 i와 j 사이에서의 복사 열전달 속도 Q_{i-j} 는

Q_{i-j} =(i표면에서 j표면으로 전달되는 복사에너지) – (j 표면에서 i표면으로 전달되는 복사에너지)

i표면에서 j표면으로 전달되는 복사에너지 = $A_i J_i F_{i-j}$

j표면에서 i표면으로 전달되는 복사에너지 = $A_j J_j F_{j-i} = A_i F_{i-j} J_j$ (상호관계에 의하여)

$$Q_{i-j} = A_i F_{i-j}(J_i - J_j)$$

따라서

$$Q_{i-j} = \frac{J_i - J_j}{R_{i-j}}$$

$$R_{i-j} = \frac{1}{A_i F_{i-j}}$$

앞의 해석에서

$$R_i = \frac{1-\varepsilon_i}{A_i \varepsilon_i},\quad R_j = \frac{1-\varepsilon_j}{A_j \varepsilon_j}$$ 이므로

$$Q_{i-j} = \frac{E_{bi} - E_{bj}}{R_i + R_{i-j} + R_j}$$

두 평행 평판 사이에서의 열전달

두 큰 평행 판 사이에서의 열전달은 다음과 같이 간략화 될 수 있다.

$F_{i-j} = 1$

$A_i = A_j = A$

따라서

$$Q_{i-j} = \frac{E_{bi} - E_{bj}}{R_i + R_{i-j} + R_j} = \frac{\sigma\left(T_i^4 - T_j^4\right)}{\frac{1-\varepsilon_i}{A\varepsilon_i} + \frac{1}{A} + \frac{1-\varepsilon_j}{A\varepsilon_j}} = \frac{\sigma\left(T_i^4 - T_j^4\right)}{\frac{1}{A}\left(\frac{1-\varepsilon_i}{\varepsilon_i} + 1 + \frac{1-\varepsilon_j}{\varepsilon_j}\right)} = \frac{\sigma\left(T_i^4 - T_j^4\right)}{\frac{1}{A}\left(\frac{1}{\varepsilon_i} - 1 + 1 + \frac{1}{\varepsilon_j} - 1\right)}$$

$$q_{i-j} = \frac{Q_{i-j}}{A} = \frac{\sigma\left(T_i^4 - T_j^4\right)}{\frac{1}{\varepsilon_i} + \frac{1}{\varepsilon_j} - 1}$$

3구역 또는 3구역 이상의 폐쇄공간에서의 복사 열전달

앞의 2 구역 사이에서의 열전달을 참고하여 회로망을 구성하면 된다.

예제 11-12

예제 11-13

흑체인 경우에는 $R_1 = R_2 = 0$

예제 11-14

예제 11-15

단열 또는 재복사 표면에서는 $Q_3 = 0$, 즉 $J_3 = E_{b3}$.

따라서 예제 11-15의 회로망에서 R_{1-2} 와 $\left(R_{1-3} + R_{2-3}\right)$가 병렬연결된 형태로 생각할 수 있다. 이때 $\left(R_{1-3} + R_{2-3}\right)$은 직렬 연결임.

11-7 복사차폐

그림 11-21과 같이 두 표면 1과 2 사이에 방사율이 작은 표면 3이 놓여지는

경우를 고려하자. 세 표면이 무한히 넓다고 가정하면 모든 관측인자는 1이 된다. 이 경우 표면 1과 2 사이에서 교환되는 열전달 속도 Q_1는 다음과 같이 나타내어진다.

$$Q_1 = \frac{\sigma\left(T_1^4 - T_2^4\right)}{R}$$

$$R = R_1 + R_{1-3} + R_{3,1} + R_{3,2} + R_{2-3} + R_2$$

$$R_1 = \frac{1-\varepsilon_1}{A_1\varepsilon_1} \quad , \quad R_{1-3} = \frac{1}{A_1F_{1-3}} \quad , \quad R_{3,1} = \frac{1-\varepsilon_{3,1}}{A_3\varepsilon_{3,1}} \quad , \quad R_{3,2} = \frac{1-\varepsilon_{3,2}}{A_3\varepsilon_{3,2}} \quad , \quad R_{2-3} = \frac{1}{A_2F_{2-3}} \quad ,$$

$$R_2 = \frac{1-\varepsilon_2}{A_2\varepsilon_2}$$

여기서 $\varepsilon_{3,i}$는 i 표면을 향한 3표면의 방사율이다. 면적이 모두 같다고 하면, 위의 식은 다음과 같이 정리된다.

$$Q_1 = \frac{\sigma A\left(T_1^4 - T_2^4\right)}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 + 1/\varepsilon_{3,1} + 1/\varepsilon_{3,2} - 2}$$

모든 표면의 방사율이 같다고 하면

$$Q_1 = \frac{\sigma A\left(T_1^4 - T_2^4\right)}{4/\varepsilon - 2} = \frac{\sigma A\left(T_1^4 - T_2^4\right)}{2\left(2/\varepsilon - 1\right)}$$

만약 두 표면 사이에 N개의 차폐 표면이 있다면 다음과 같이 된다.

$$Q_N = \frac{\sigma A\left(T_1^4 - T_2^4\right)}{(N+1)\left(2/\varepsilon - 1\right)}$$

차폐 표면이 없고 방사율이 일정한 경우의 열전달 속도 Q_0는 다음과 같이 됨은 앞에서 유도하였다.

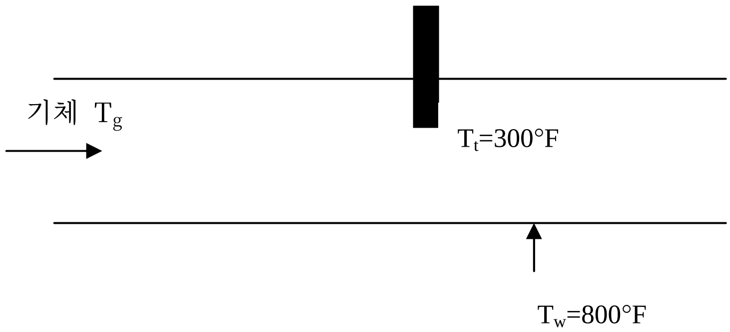
$$Q_0 = \frac{\sigma A\left(T_1^4 - T_2^4\right)}{\left(2/\varepsilon - 1\right)}$$

따라서 다음과 같은 관계를 얻을 수 있다.

$$\frac{Q_N}{Q_0} = \frac{1}{(N+1)}$$

** 온도 측정에 대한 복사의 영향 (Middleman, S., An Introduction to Mass and Heat Trnasfer의 예제 15.2.5)

다음 그림과 같이 thermocouple이 관벽이 800°F 로 유지되는 긴 파이프 내를 흐르는 기체의 온도를 측정하기 위하여 꽂혀있다. 이 thermocouple은 열전도도가 아주 큰 금속들로 이루어져 있어 측정 온도와 표면 온도 사이의 차이는 없다.



(1) 이 thermocouple이 300°F 를 가리키고 있다면, 실제 기체의 온도 T_g 는 얼마인가? 기체와 thermocouple 사이의 열전달 계수는 $18\,\mathrm{Btu/h \cdot ft^2 \cdot °F}$ 이고, thermocouple은 방사율이 0.98인 gray body로 고려하라.

(풀이)

정상상태라고 가정하면 대류에 의하여 열전쌍이 잃은 열량과 복사에 의해 얻은 열량이 같아야 하므로,

$$\frac{\sigma\left(T_t^4 - T_w^4\right)}{(1-\varepsilon_t)/A_t\varepsilon_t + 1/A_tF_{t-w} + (1-\varepsilon_w)/A_w\varepsilon_w} = hA_t\left(T_g - T_t\right)$$

이 된다. 양변을 A_t 로 나누고 정리하면

$$\frac{\sigma\left(T_t^4 - T_w^4\right)}{(1-\varepsilon_t)/\varepsilon_t + 1/F_{t-w} + (1-\varepsilon_w)A_t/A_w\varepsilon_w} = h\left(T_g - T_t\right)$$

관벽의 면적 A_w 는 thermocouple의 면적 A_t 에 비하여 아주 크므로 $F_{t-w} = 1$ 이고, 마지막 저항 $(1-\varepsilon_w)A_t/A_w\varepsilon_w$ 는 무시되어 다음과 같은 결과를 얻을 수 있

다.

$$\frac{\sigma\left(T_t^4 - T_w^4\right)}{1/\varepsilon_t - 1 + 1} = h\left(T_g - T_t\right)$$

따라서 T_t 와 방사율을 대입하여 정리하면 T_g 를 구할 수 있다.

$$T_g = 556R = 97°F$$

(2) 만약 이 thermocouple이 방사도가 0.03인 금속으로 만들어져 있다면, thermocouple이 가리키는 온도는 몇도가 되겠는가?

(풀이) 이번에는 위의 열 수지식에서 위에서 구한 T_g 를 사용하여 T_t 를 구하는 문제이다.

$$\frac{\sigma\left(T_t^4 - T_w^4\right)}{1/0.03} = h\left(556 - T_t\right)$$