Chap 8. 덕트내 강제대류

8-1 기본 개념

수력학적 입구 영역(hydrodynamic entry region)

파이프 흐름을 예로 들면, 완전히 전개된 흐름의 속도 분포는 잘 알려진 포물선형 분포를 갖는다. 하지만 관의 입구에서 일정한 속도 분포를 갖는 흐름이 관 내로 도입된다면 관의 입구에서는 포물선형 속도 분포 대신 경계층 특성을 갖는 속도 분포를 보인다. 이와 같이 속도 분포가 경계층 특성을 가지는 영역을 수력학적 입구 영역이라 한다. 이 수력학적 입구 영역 이후에서는 속도 분포는 완전히 전개된 포물선형 속도 분포를 가지게 된다.

교과서의 그림 8.1에서 관의 중심부의 속도는 관의 입구에서는 $u_{max} = u_{avg}$ 가 성립되나 완전히 전개된 흐름의 경우에는 $u_{max} = 2u_{avg}$ 가 된다.

열적 입구 영역(thermal entry region)

위의 수력학적 입구 영역과 마찬가지로 온도 분포가 경계층 특성을 보이는 영역을 열적 입구 영역이라 한다.

혼합 평균 온도

덕트 내를 흐르는 흐름에서의 평균 온도는 다음과 같이 정의된다.

$$T_m(z) = \frac{\int_A uTdA}{\int_A udA}$$

파이프 흐름의 경우에는

$$T_m(z) = \frac{\int_0^R uT2\pi rdr}{\int_0^R u2\pi rdr} = \frac{\int_0^R uT2\pi rdr}{u_m \pi R^2} \qquad u_m = \frac{\int_0^R u2\pi rdr}{\int_0^R 2\pi rdr}$$

완전히 전개된 흐름의 경우에는 $u_m = \frac{1}{2} u_{max}$ 이다.

열전달 계수

Chap. 7의 경계층 흐름에서는 열전달 계수를 정의할 때 온도차로 벽면의 온도와 자유 흐름의 온도의 차로 정의하였으나, 덕트 내의 흐름에서는 위에서 정의한 혼합 평균 온도를 사용하여 다음과 같이 정의한다.

$$q = k\frac{dT}{dr}\bigg|_{r=R} = h(T_w - T_m)$$

따라서 열전달 계수는 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$h = -\frac{k}{(T_m - T_w)}\frac{dT}{dr}\bigg|_{r=R}$$

대수 평균 온도 차

관 벽의 온도와 관 내를 흐르는 유체의 온도의 차는 관 입구에서와 관 출구에서 서로 같을 수가 없다. 따라서 관 전체에서의 열전달 양을 계산하기 위해서는 어떤 온도 차를 사용할 것인가가 문제가 된다. 이 경우 관 입구에서 관 벽과 관 내의 유체의 평균 온도와의 차를 $\Delta T_1 = (T_w - T_m)\big|_{z=0}$, 관 출구에서 관벽과 관 내의 유체의 평균 온도와의 차를 $\Delta T_2 = (T_w - T_m)\big|_{z=L}$ 이라 하면, 전체 평균 온도차는 다음과 같은 log 평균 온도 차(log-mean temperature difference;LMTD)를 사용한다.

$$\Delta T_{ln} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln(\Delta T_1 / \Delta T_2)}$$

마찰 인자

이 책에서 사용하는 마찰 인자는 Moody의 마찰 인자로 Fanning의 마찰인자와는 다음과 같은 관계가 있다.

$$f_M = 4f_F$$

층류 영역에서는

$$f_M = \frac{64}{Re}$$

$$f_F = \frac{16}{Re}$$

이므로 주의하여 사용할 것.

무차원 변수

관 내를 흐르는 흐름의 경우에도 Nu, Re, Pr 수가 주요한 무차원 변수이다. 각 변수들에 대한 물리적 의미는 Chap.7에서와 같다. 단지 특성 길이로 관의 지름 D를 사용하는 것 만이 다르다.

8-2 완전히 전개된 층류 흐름

원형 관내의 흐름

마찰 인자

파이프 흐름에서 완전히 전개된 흐름의 속도 분포는 다음과 같이 주어진다.

$$u(r) = u_m\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right],\ u_m = \frac{R^2}{4\mu}\left(-\frac{\Delta P}{L}\right),\ u_{avg} = \frac{1}{2}u_m$$

위의 속도 분포와 다음과 같이 주어지는 마찰인자의 정의로부터

$$f_M = \frac{2|\Delta P|}{\rho u_{avg}^2}\frac{D}{L},\ f_F = \frac{|\Delta P|}{2\rho u_{avg}^2}\frac{D}{L}$$

다음과 같은 관계를 얻을 수 있다.

$$f_M = \frac{64}{Re},\ f_F = \frac{16}{Re}$$

열전달 계수

만약 온도 분포가 알려져 있다면 다음과 같은 관계로부터 열전달 계수를 얻을 수 있다.

$$h = -\frac{k}{(T_m - T_w)}\left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=R} = -k\left.\frac{d\theta}{dr}\right|_{r=R}$$

완전히 전개된 흐름의 경우에 온도 분포는 다음과 같은 식에 의하여 지배된

다.

$$u\frac{\partial T}{\partial z}=\alpha\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)\right)$$

$$u(r)=2u_{avg}\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right]$$

이 식을 푸는 것은 그리 간단하지 않으므로 결과만을 알아두자.

(1) 벽면에서 일정 열속으로 가열하는 경우

$$Nu=\frac{hD}{k}=4.364$$

(2) 벽면에서 일정 온도로 가열하는 경우

$$Nu=\frac{hD}{k}=3.66$$

덕트의 단면이 원형이 아닌 경우에는 특성 길이로 관의 지름 대신 다음과 같이 정의되는 수력학적 지름을 사용하며 그에 해당하는 Nusselt 수는 표 8-1에 주어져 있다.

$$D_h=\frac{4A_c}{P}$$

A_c: 흐름 단면적

P: 젖음 길이

8-3 층류 흐름으로의 전개

속도 분포 and/or 온도 분포가 완전히 전개되지 않는 경우에는 다음과 같은 새로운 무차원 변수가 도입된다.

$$Gz^{-1}=\frac{z/D}{RePr}$$

그리고 Nusselt 수는 Re, Pr, Gz의 함수가 된다. 각 경우에 대한 Nusselt 수 상관식들이 그림 8-5, 8-6, 8-7, 8-8, 8-9에 주어져 있으므로 각 경우에 해당하는 그림을 택하여 사용하면 된다. 각 그림의 극한 값은 위에서 다룬 완전히 전

개된 흐름의 경우에서 구한 값과 같아야 한다. $\mathrm{Pr} \to \infty$ 인 경우에는 위에서 정의된 Gz가 항상 무한대가 되므로 z 값에 상관없이 흐름은 완전히 전개된 흐름으로 보아도 무방하다. 그리고 $\mathrm{Pr} > 100$ 인 경우에는 $\mathrm{Pr} \to \infty$ 의 상관 관계가 근사적으로 성립한다.

8-4 완전 전개된 난류 흐름

<u>마찰인자</u>
난류 흐름에서의 마찰인자는 상대 거칠기의 함수이다. 매끈러운 관에서 완전히 전개된 난류 흐름의 경우에는 다음과 같은 상관식이 많이 쓰인다.

$f_M = 0.184\,\mathrm{Re}^{-0.2}$, $f_M = 4f_F$

<u>열전달 계수</u>
만약 Chap. 7에서 공부하였던 Reynolds-Colburn 유사성이 성립한다고 가정하면, 열전달 계수는 다음과 같이 근사된다.

$$\mathrm{St}_x\,\mathrm{Pr}^{2/3} = \frac{1}{2} f_F$$

$$\mathrm{St} = \frac{\mathrm{Nu}}{\mathrm{Pr}\,\mathrm{Re}}$$

$$\mathrm{Nu} = \frac{0.184}{8}\mathrm{Re}^{0.8}\,\mathrm{Pr}^{1/3} = 0.023\,\mathrm{Re}^{0.8}\,\mathrm{Pr}^{1/3}$$

이 된다.

Dittus-Boelter 식

$\mathrm{Nu} = 0.023\,\mathrm{Re}^{0.8}\,\mathrm{Pr}^{n}$

n은 가열의 경우에는 0.3, 냉각의 경우에는 0.4.

**이 식은 위의 Reynolds-Colburn 유사성의 결과와 비슷하다.

Sieder-Tate 식

$$\mathrm{Nu} = 0.027\,\mathrm{Re}^{0.8}\,\mathrm{Pr}^{1/3}\left(\frac{\mu_b}{\mu_w}\right)^{0.14}$$

이 식은 온도의 변화에 따른 점도의 변화를 고려하한다.

Petukhov 식

$$Nu = \frac{Re\,Pr}{X}\left(\frac{f_F}{2}\right)\left(\frac{\mu_b}{\mu_w}\right)^n$$

$$X = 1.07 + 12.7\left(Pr^{2/3} - 1\right)\left(\frac{f_F}{2}\right)^{1/2}$$

n은 가열의 경우에는 0.11, 냉각의 경우에는 0.25.

위의 식들은 Reynolds-Colburn 유사성에 근거하여 약간씩 변형된 식임에 주목하라. 그리고 완전히 전개된 난류의 경우에는 상관식들에 관계없이 $Nu \propto Re^{0.8}$ **의 관계가 성립한다**.

비원형 덕트

비원형 덕트의 경우에는 특성 길이인 관의 지름 D 대신에 수력학적 지름을 사용한다.

표면 거칠기의 영향

표면 거칠기가 증가하면, 마찰인자는 증가하여 열전달 계수도 증가한다. **Reynolds-Colburn 유사성 참고**

물성치 변화의 영향

온도에 따른 물성치 변화의 효과는 온도에 따라 그 변화 폭이 가장 큰 점도의 비로 고려한다.

8-5 액체 금속의 난류 흐름

액체 금속의 Prandtl 수는 보통 0.02~0.03 정도로 작으므로 흐름 특성도 Prandtl 수가 큰 경우와 많은 차이를 보인다. Prandtl 수가 작은 경우에 적용되는 열전달 상관식들은 식 (8-41) ~ (8-47)로 주어진다. 적절한 제한 조건하에서 이 식들을 사용하면 된다.