
정상상태 물질 전달

목차

1. 정상상태의 정의

2. 평판에서의 정상상태 물질 확산

2.1 일차 물질 확산을 통한 합성 평판

2.2 전체 물질 전달 계수

2.3 바이오 필름을 통한 생체 물질전달

2.4 혈액 투석을 통한 요소제거

3. 화학반응이 있는 정상상태 평판에서의 물질 확산

3.1 지배방정식

3.2 광합성과 잎에서의 수증기와 CO₂의 수송

4. 요약

1. 정상상태의 정의

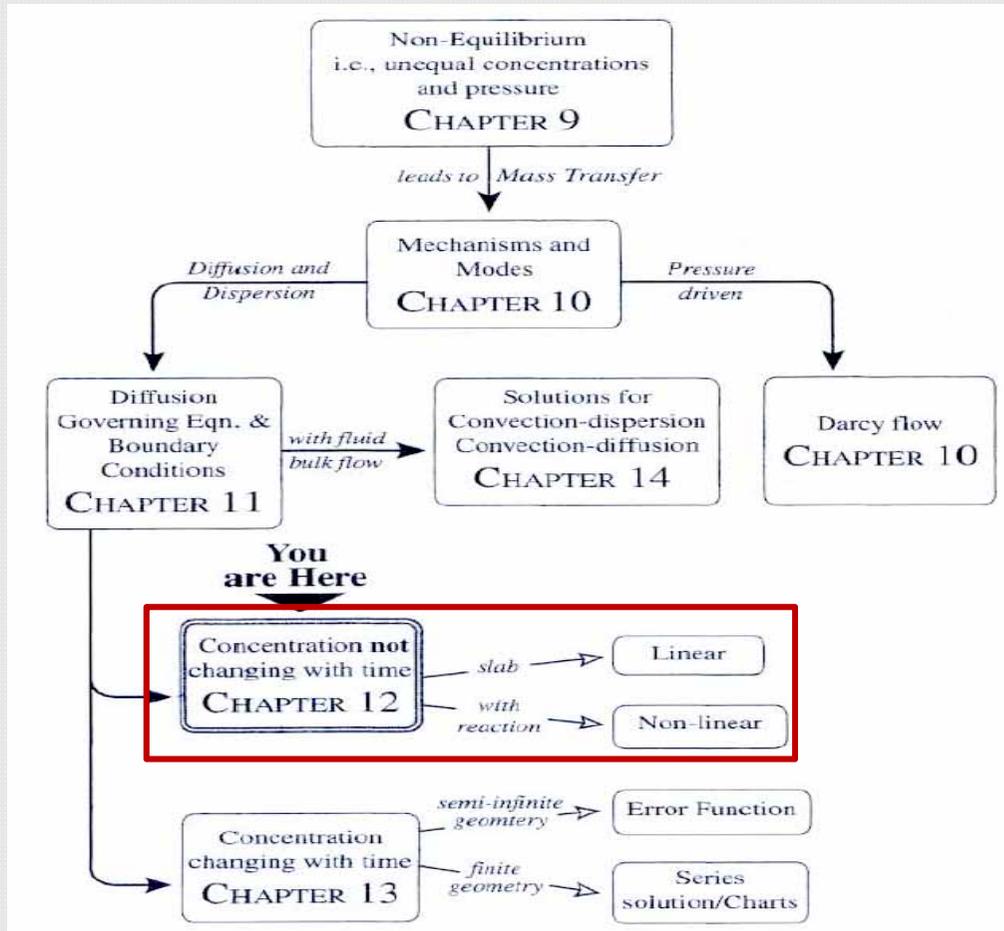


Fig.1. 본 장의 내용과 관련된 에너지 전달 개념도

1. 정상상태의 정의

유체의 흐름, 열 및 물질이동 등의 동적 현상에서 각각의 상태를 결정하는 여러가지 상태량이 시간적으로 변하지 않을 때를 말한다.

$$\frac{dX}{dt} = 0 \quad (1) \quad X: \text{상태량}$$

2. 평판에서의 정상상태 물질확산

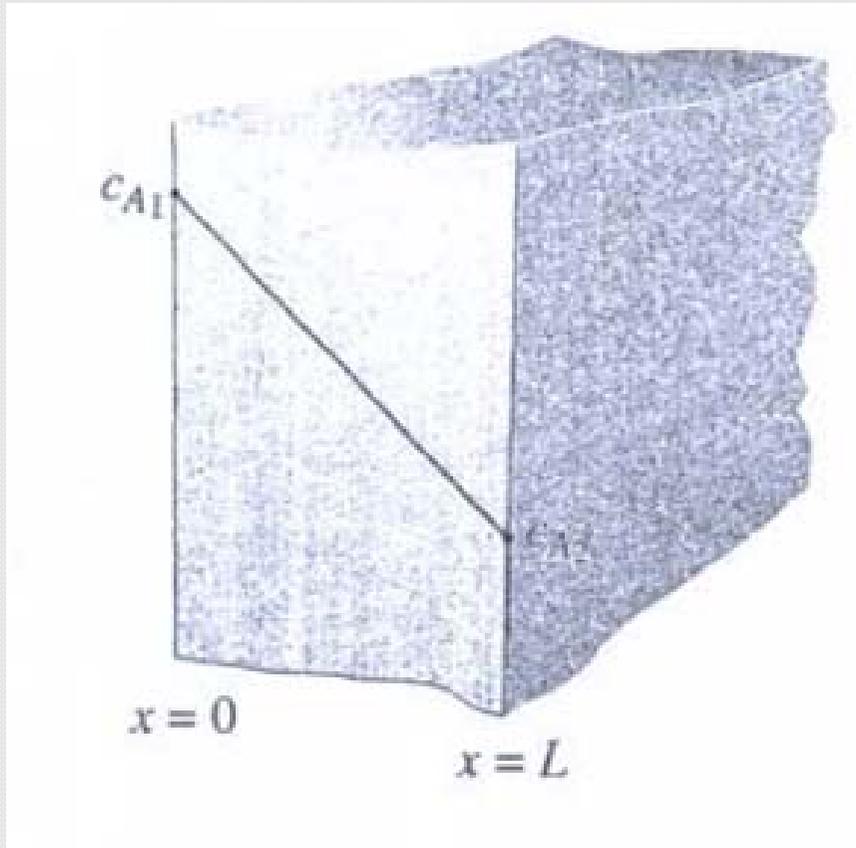


Fig. 2. A linear concentration profile at steady state in a slab geometry

Boundary condition

$$\begin{aligned} C_A(x=0) &= C_{A1} \\ C_A(x=L) &= C_{A2} \end{aligned} \quad (2)$$

2. 평판에서의 정상상태 물질확산

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} + u \frac{\partial C_A}{\partial x} = D_{AB} \frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} + r_A \quad (3)$$

$$\frac{d^2 C_A}{dx^2} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{dC_A}{dx} = C_1 \quad (5)$$

$$C_A = C_1 x + C_2 \quad (6)$$

$$\begin{aligned} C_A(x=0) &= C_{A1} = C_2 \\ C_A(x=L) &= C_{A2} = C_1 L + C_2 \end{aligned} \quad (7)$$



$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{C_{A2} - C_{A1}}{L} \\ C_2 &= C_{A1} \end{aligned} \quad (8)$$

2. 평판에서의 정상상태 물질확산

$$C_A = \frac{C_{A2} - C_{A1}}{L}x + C_{A1} \quad (9)$$

$$T = \frac{T_2 - T_1}{L}x + T_1 \quad (12)$$

$$N_{A,x} = -D_{AB}A \frac{dC_A}{dx} \quad (10)$$

$$q_x = -kA \frac{dT}{dx} \quad (13)$$

$$N_{A,x} = \frac{C_{A1} - C_{A2}}{L} \frac{D_{AB}A}{D_{AB}A} \quad (11)$$

$$q_x = \frac{T_1 - T_2}{L} \frac{k_2A}{k_2A} \quad (14)$$

2. 평판에서의 정상상태 물질확산

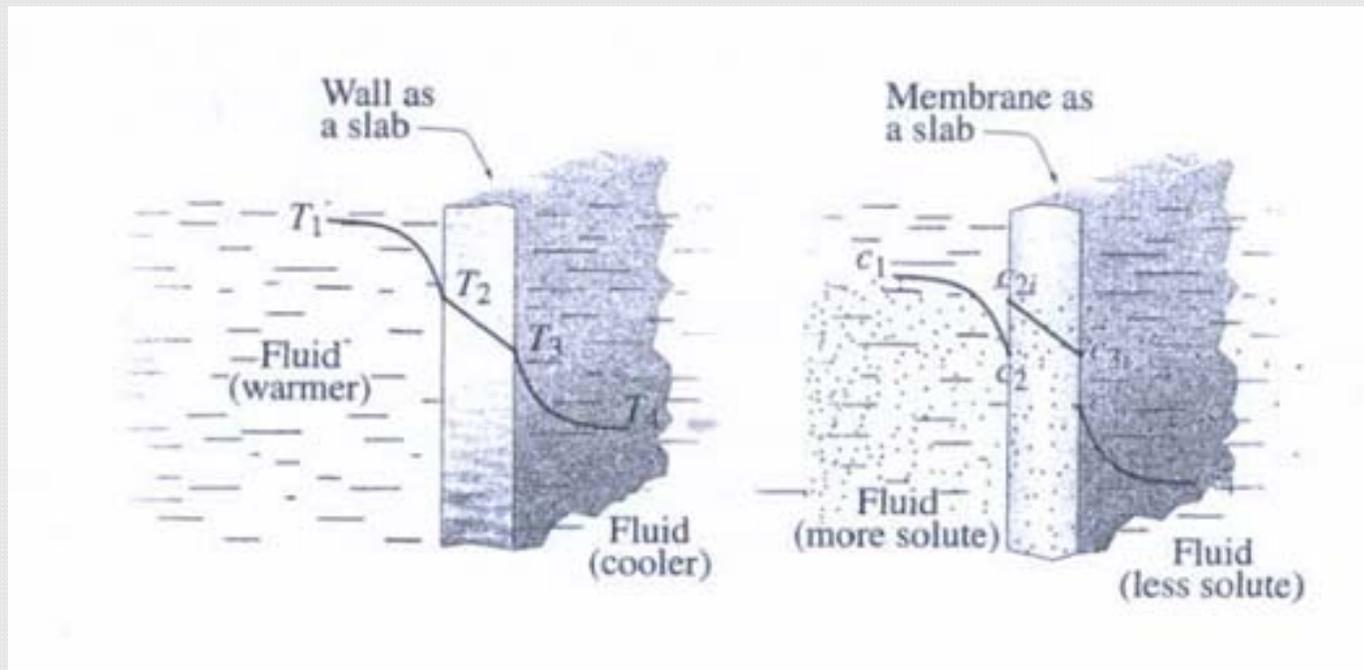


Fig.3. Distribution of concentrations around a slab with convection on both sides With analogy to distribution of temperatures around a slab with convection on both sides

2. 평판에서의 정상상태 물질확산

2.1 일차 물질 확산을 통한 합성 평판

온도확산

$$q_x'' = -k \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad \rightarrow \quad \frac{q_x}{A} = q_x'' \quad (15)$$

- Convection in fluid on the left face

$$[h] = \frac{[q]}{[A][\Delta T]} \quad \rightarrow \quad h\Delta T = \frac{q_x}{A} = q_x'' \quad \rightarrow \quad q_x'' = \frac{\Delta T}{\frac{1}{h}} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{h_1}} \quad (16)$$

2. 평판에서의 정상상태 물질확산

2.1 일차 물질 확산을 통한 합성 평판

- Diffusion Inside the slab

$$q_x = \frac{T_1 - T_2}{\frac{L}{k_2 A}} \rightarrow q_x = \frac{T_2 - T_3}{\frac{\Delta L}{k_2 A}} \rightarrow q_x'' = \frac{q_x}{A} = \frac{T_2 - T_3}{\frac{\Delta L}{k_{solid}}} \quad (17)$$

물질확산

$$n_{A,x} = -D_{AB} \frac{\Delta C}{\Delta x} \rightarrow \frac{N_{A,x}}{A} = n_{A,x} \quad (18)$$

2. 평판에서의 정상상태 물질확산

2.1 일차 물질 확산을 통한 합성 평판

- Convection in fluid on the left face

$$[h_m] = \frac{[N_{A,x}]}{[A][\Delta C]} \quad \rightarrow \quad h_m \Delta C = \frac{N_{A,x}}{A} = n_{A,x} \quad \rightarrow \quad n_{A,x} = \frac{\Delta C}{\frac{1}{h_m}} = \frac{c_1 - c_2}{\frac{1}{h_{m1}}} \quad (19)$$

- Diffusion Inside the slab

$$N_{A,x} = \frac{c_{2i} - c_{3i}}{\frac{\Delta L}{D_{AB}A}} \quad \rightarrow \quad n_{A,x} = \frac{N_{A,x}}{A} = \frac{c_{2i} - c_{3i}}{\frac{\Delta L}{D_{AB}}} \quad (20)$$

2. 평판에서의 정상상태 물질확산

2.1 일차 물질 확산을 통한 합성 평판

Table 1 Analogy of heat and mass fluxes for a slab with convection on both sides

Flux	Mass Transfer	Heat Transfer Analog
Convection in fluid on left face	$n_{A,x} = \frac{c_1 - c_2}{\frac{1}{h_{m1}}}$	$q_x'' = \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{h_1}}$
Diffusion inside the slab	$n_{A,x} = \frac{c_{2i} - c_{3i}}{\frac{\Delta L}{D_{AB}}} = \frac{c_2 - c_3}{\frac{\Delta L}{K^* D_{AB}}}$	$q_x'' = \frac{T_2 - T_3}{\frac{\Delta L}{k_{solid}}}$
Convection in fluid on right face	$n_{A,x} = \frac{c_3 - c_4}{\frac{1}{h_{m2}}}$	$q_x'' = \frac{T_3 - T_4}{\frac{1}{h_2}}$

2. 평판에서의 정상상태 물질확산

2.1 일차 물질 확산을 통한 합성 평판

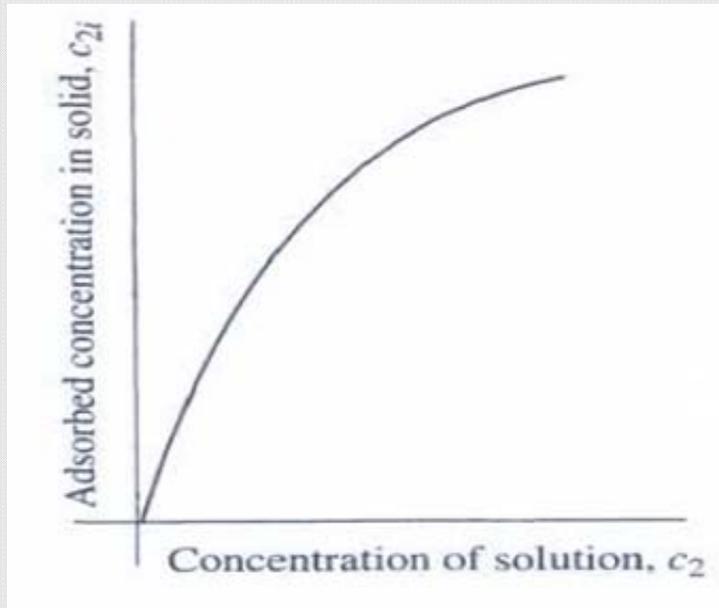


Fig. 4. Equilibrium relationship between dissolved and surface adsorbed quantity

$$\frac{c_{2i}}{c_2} = K^* \quad \frac{c_{3i}}{c_3} = K^* \quad (21)$$

2. 평판에서의 정상상태 물질확산

2.1 일차 물질 확산을 통한 합성 평판

$$C_1 - C_2 = \frac{n_{A,x}}{h_{m1}}$$

$$C_2 - C_3 = \frac{n_{A,x}}{K^* D_{AB}} \Delta L$$

$$C_3 - C_4 = \frac{n_{A,x}}{h_{m2}}$$

$$C_1 - C_4 = n_{A,x} \left(\frac{1}{h_{m1}} + \frac{\Delta L}{K^* D_{AB}} + \frac{1}{h_{m2}} \right) \quad (22)$$

2. 평판에서의 정상상태 물질확산

2.1 일차 물질 확산을 통한 합성 평판

$$n_{A,x} = \frac{C_1 - C_4}{1/h_{m1} + \Delta L / (K^* D_{AB}) + 1/h_{m2}} \quad (23)$$

$$= \frac{\text{concentration difference}}{\sum \text{mass transfer resistances}}$$

2. 평판에서의 정상상태 물질확산

2.2 전체 물질 전달 계수

전체 물질 전달 계수(U_m)

$$1/U_m = 1/h_{m1} + \Delta L / (K^* D_{AB}) + 1/h_{m2} \quad (24)$$

$$n_{A,x} = \frac{C_1 - C_4}{1/h_{m1} + \Delta L / (K^* D_{AB}) + 1/h_{m2}}$$

$$n_{A,x} = U_m (C_1 - C_4) \quad (25)$$

2. 평판에서의 정상상태 물질확산

2.3 바이오 필름을 통한 생체 물질전달

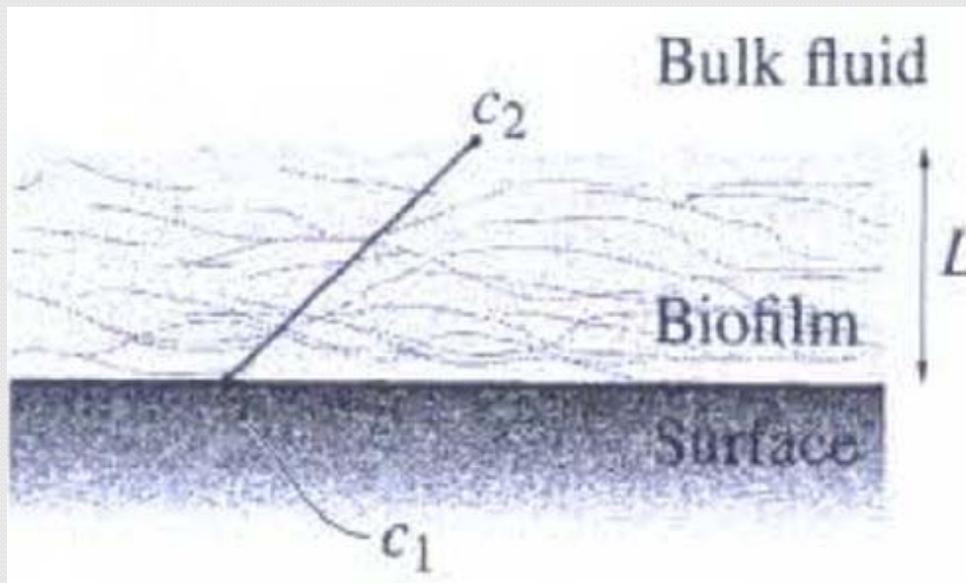


Fig. 5. schematic for Example

2. 평판에서의 정상상태 물질확산

2.3 바이오 필름을 통한 생체 물질전달

<Known>

- 바이오 필름을 사이에 둔 반응물의 농도차이

<Find>

- 바이오 필름을 통과하는 반응물의 플럭스

<Given Data>

- 1. 바이오 필름의 두 표면에서의 각각 반응물의 농도 : $C_1 : 0.25\text{mg/liter}$, $C_2 : 3.2\text{mg/liter}$
- 2. 바이오 필름의 두께(L) : 0.01cm
- 3. 바이오 필름에서 반응물의 확산계수 : $0.8\text{cm}^2/\text{day}$

2. 평판에서의 정상상태 물질확산

2.3 바이오 필름을 통한 생체 물질전달

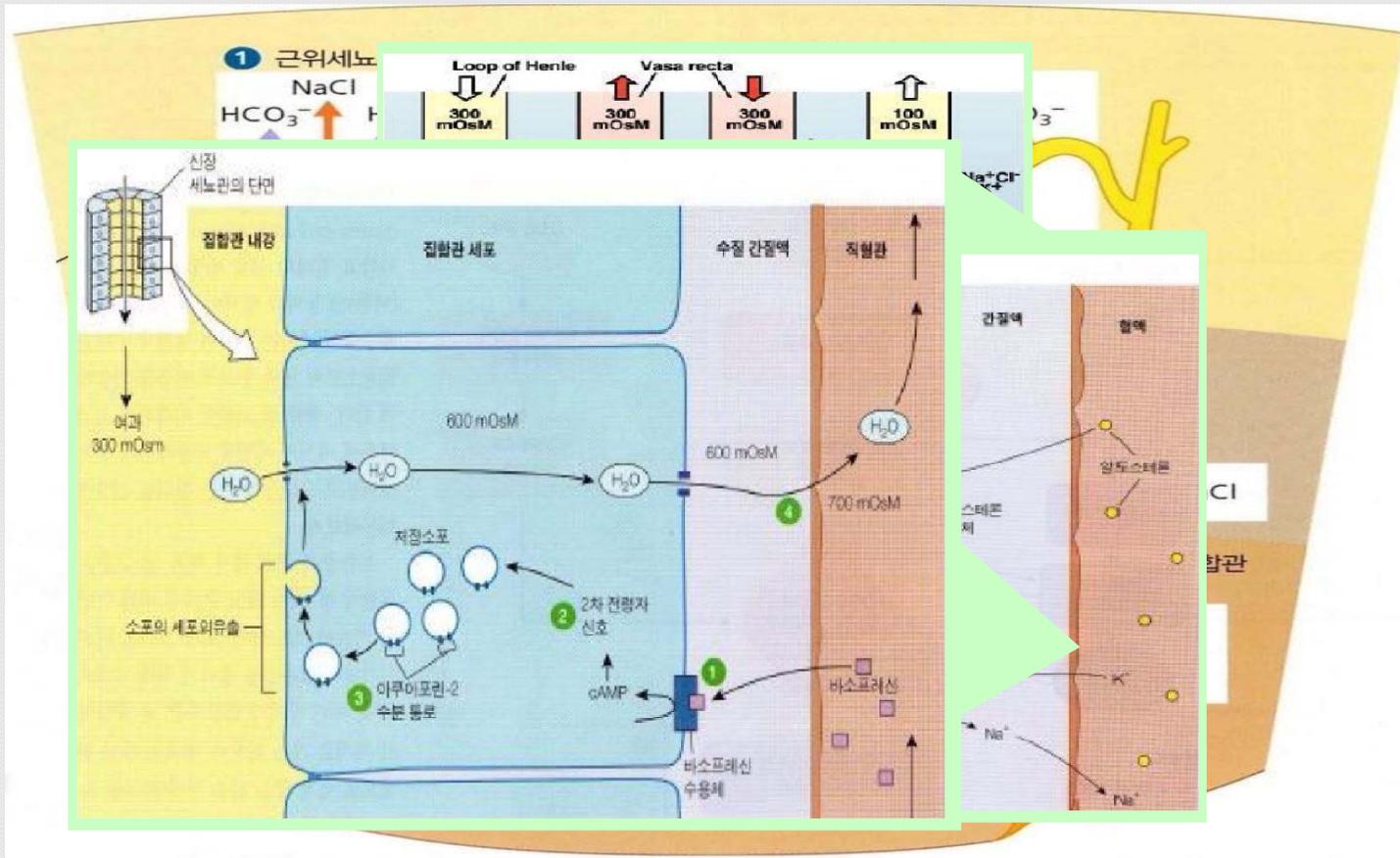
<Analysis>

Solve by Fick's Law

$$\begin{aligned}n_{\text{reactant}} &= D_{\text{reactant biofilm}} \frac{C_{\text{reactant 1}} - C_{\text{reactant 2}}}{L} \\ &= 0.8 \left[\frac{\text{cm}^2}{\text{day}} \right] \frac{3.2 - 0.25 \left[\frac{\text{mg}}{\text{liter}} \right]}{0.01 [\text{cm}]} \times 10^{-3} \left[\frac{\text{liter}}{\text{cm}^3} \right] \\ &= 0.236 \text{mg} / \text{cm}^2 \cdot \text{day}\end{aligned}$$

2. 평판에서의 정상상태 물질확산

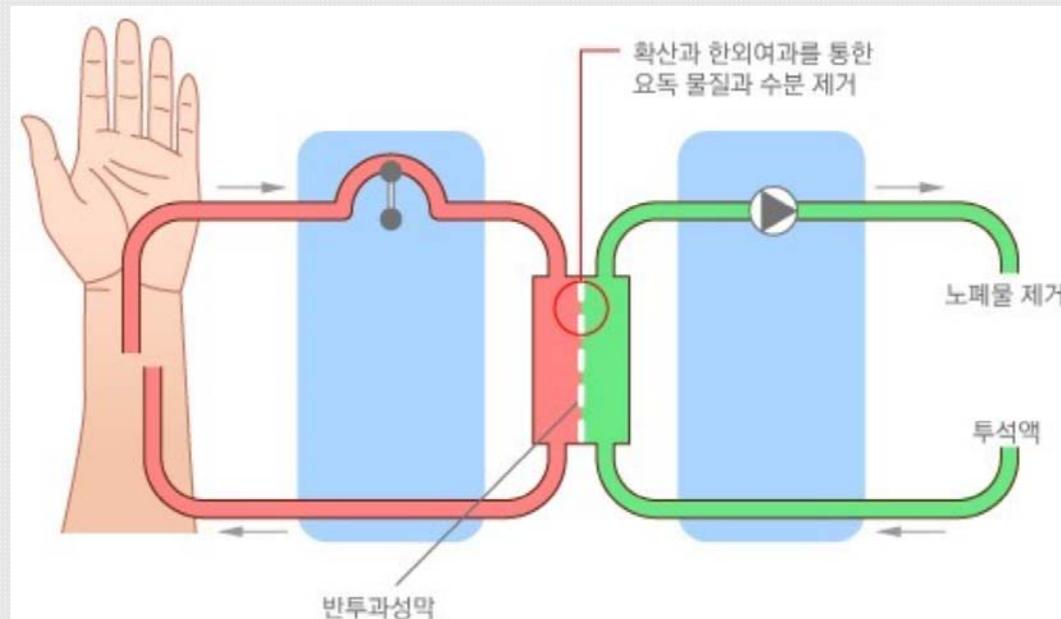
2.3 바이오 필름을 통한 생체 물질전달



2. 평판에서의 정상상태 물질확산

2.3 바이오 필름을 통한 생체 물질전달

혈액투석 말기 신부전 환자에게 시행되는 신 대체 요법의 하나로, 투석기(인공 신장기)와 투석막을 이용하여 혈액으로부터 노폐물을 제거하고 신체내의 전해질 균형을 유지하며 과잉의 수분을 제거하는 방법을 말한다.



2. 평판에서의 정상상태 물질확산

2.4 혈액 투석을 통한 요소제거

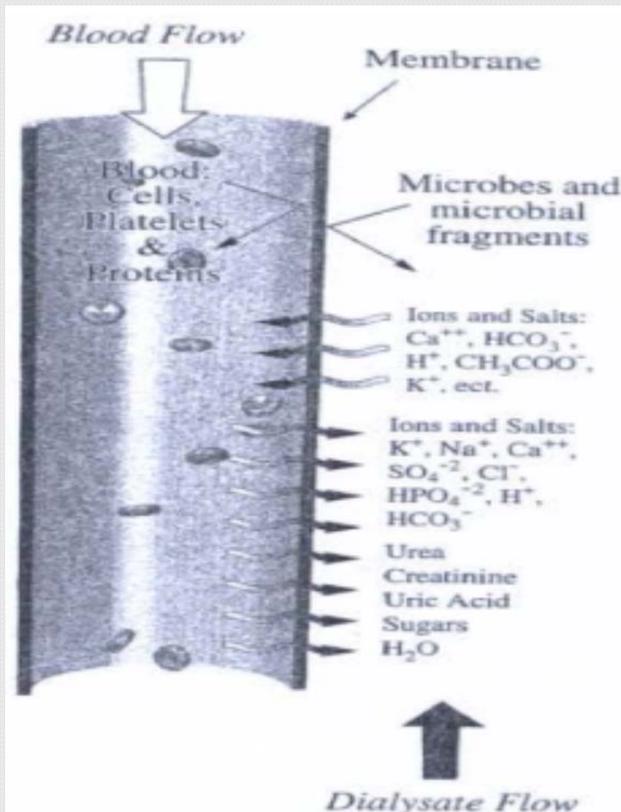


Fig.6. Magnified representation of a single hollow fiber in a dialysis system

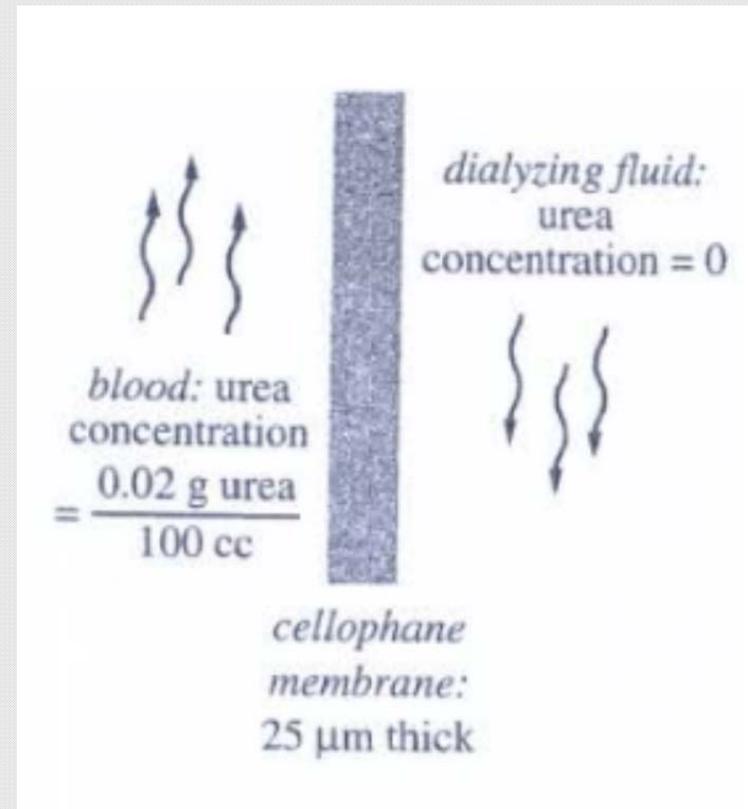


Fig. 7. Schematic for problem

2. 평판에서의 정상상태 물질확산

2.4 혈액 투석을 통한 요소제거

<Known>

- 정상상태
- 고체 층 양면에서 물질전달

<Find>

- 튜브 벽면을 통과하는 플럭스

<Given Data>

- 혈액의 요소농도 : $C_1 = 0.02\text{g}/100\text{cc}$
- 투석 액의 요소농도 : $C_2 = 0\text{g}/100\text{cc}$
- 혈액의 물질전달계수 : $h_{m1} = 1.25 \times 10^{-3} \text{ m/s}$
- 투석액의 물질전달계수 : $h_{m2} = 3.33 \times 10^{-5} \text{ m/s}$
- 요소의 막통과 확산계수 : $D_{\text{urea, membrane}} = 1 \times 10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}$
- 막의 두께 : 0.025mm
- 분배계수 : 2

2. 평판에서의 정상상태 물질확산

2.4 혈액 투석을 통한 요소제거

<Analysis>

$$\begin{aligned}n_{A,x} &= \frac{C_1 - C_4}{1/h_{m1} + \Delta L / (K^* D_{AB}) + 1/h_{m2}} \\ &= \frac{(0.02 \times 10^4 - 0) \left[\frac{g}{m^3} \right]}{1/(1.25 \times 10^{-5}) \left[\frac{s}{m} \right] + 0.025 \times 10^{-3} / (2 \cdot 1 \times 10^{-10}) \left[\frac{s}{m} \right] + 1/(3.33 \times 10^{-5}) \left[\frac{s}{m} \right]} \\ &= \frac{(0.02 \times 10^4 - 0) \left[\frac{g}{m^3} \right]}{8000 \left[\frac{s}{m} \right] + 12500 \left[\frac{s}{m} \right] + 30030 \left[\frac{s}{m} \right]}\end{aligned}$$

2. 평판에서의 정상상태 물질확산

2.4 혈액 투석을 통한 요소제거

$$= 0.00085 \left[\frac{g}{m^2 \cdot s} \right]$$

$$= 0.00085 \left[\frac{g}{m^2 \cdot s} \right] \times 2[m^2] \times 3600 \left[\frac{s}{hour} \right]$$

$$= 6.127 \left[\frac{g}{hour} \right]$$

3. 화학반응이 있는 정상상태 평판에서의 확산

3.1 지배방정식

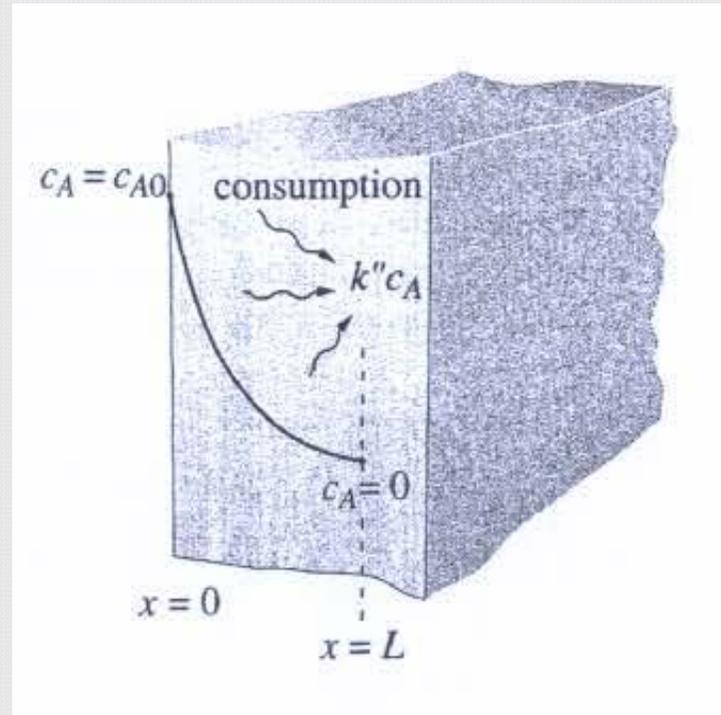


Fig. 7. 물질종의 1차원 확산과 소비가 동시에 일어나는 평판의 도식

3. 화학반응이 있는 정상상태 평판에서의 확산

3.1 지배방정식

$$\frac{\partial C_{A0}}{\partial t} + u \frac{\partial C_{A0}}{\partial x} = D \frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} - k'' C_A \quad (26)$$

$$\frac{d^2 C_A}{dx^2} - \frac{k''}{D} C_A = 0 \quad (27)$$

Boundary condition

$$C_A(x=0) = C_{A0} \quad (28)$$

$$C_A(x=L) = 0$$

3. 화학반응이 있는 정상상태 평판에서의 확산

3.1 지배방정식

$$m = \sqrt{\frac{k''}{D}} \quad (29)$$

$$\frac{d^2 C_A}{dx^2} - m^2 C_A = 0 \quad (30)$$



$$C_A = c_1 e^{-mx} + c_2 e^{mx} \quad (31)$$

Boundary condition 대입

$$C_{A0} = c_1 + c_2$$

$$0 = c_1 e^{-mL} + c_2 e^{mL}$$

3. 화학반응이 있는 정상상태 평판에서의 확산

3.1 지배방정식

$$\frac{C_A}{C_{A0}} = \frac{-e^{-mL}}{e^{mL} - e^{-mL}} (e^{mx} - e^{-mx}) + e^{-mx} \quad (32)$$

$$\frac{-e^{-mL}}{e^{mL} - e^{-mL}} = \frac{1}{e^{2mL} - 1} \rightarrow 0$$

$$\frac{C_A}{C_{A0}} = e^{-mx} \quad (33)$$

3. 화학반응이 있는 정상상태 평판에서의 확산

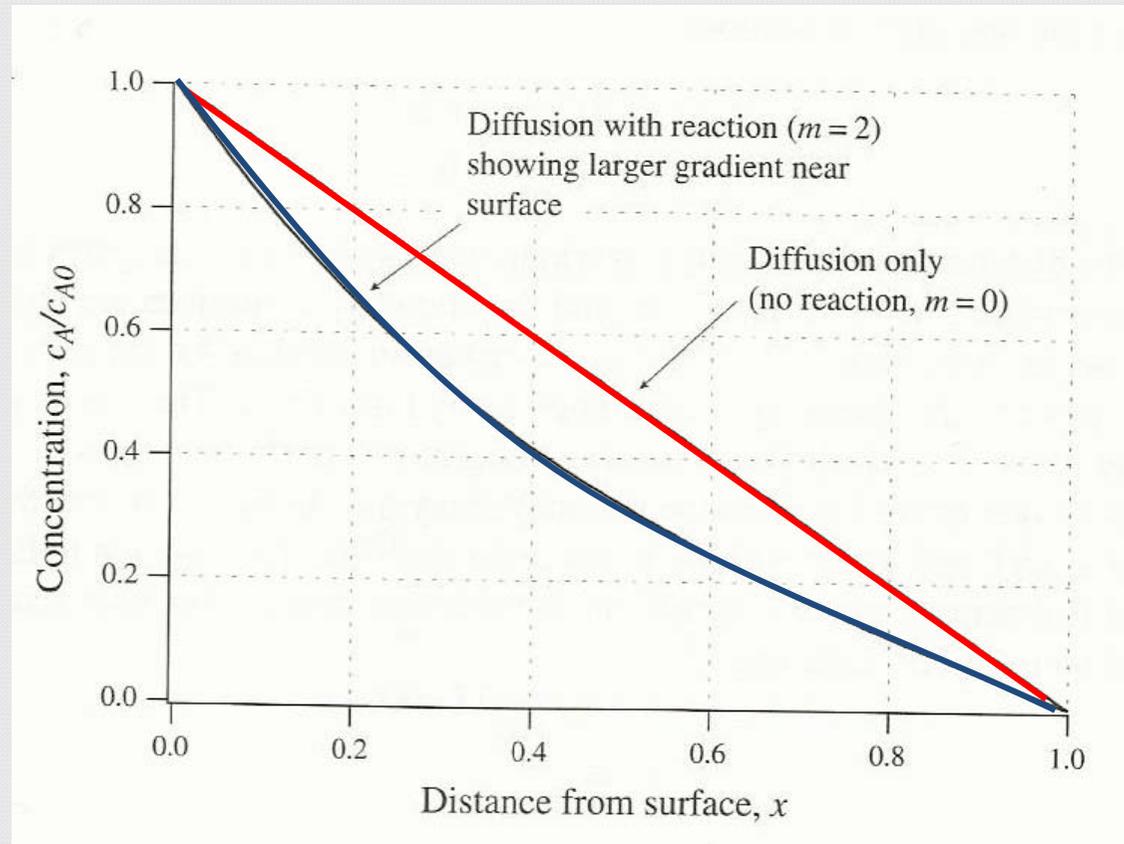


Fig. 8. Presence of chemical reaction (decay) produces a larger gradient of concentration near the surface and a higher flux.

3. 화학반응이 있는 정상상태 평판에서의 확산

3.2 광합성과 잎에서의 수증기와 CO₂의 수송

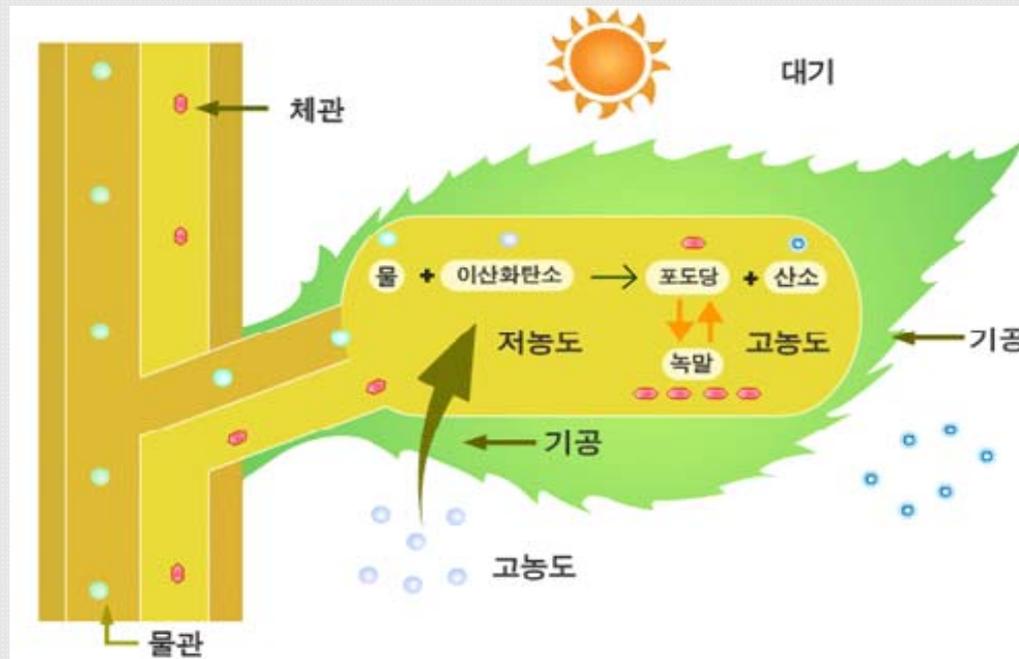
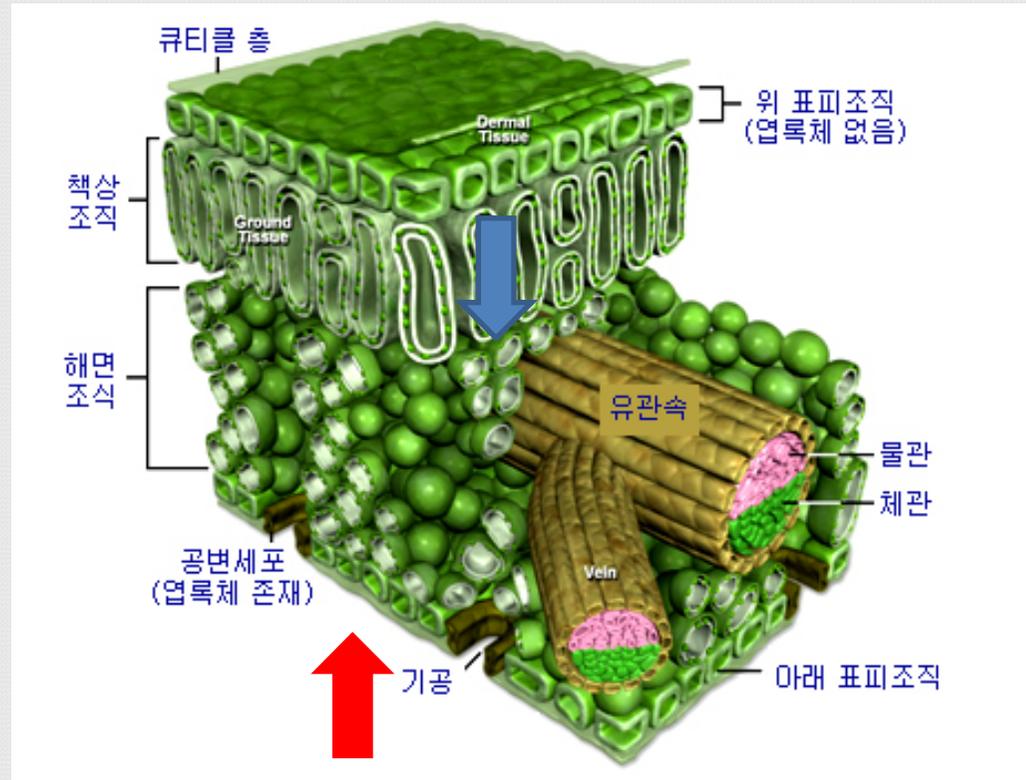


Fig. 9. 광합성과 잎에서의 수증기와 CO₂의 수송



3. 화학반응이 있는 정상상태 평판에서의 확산

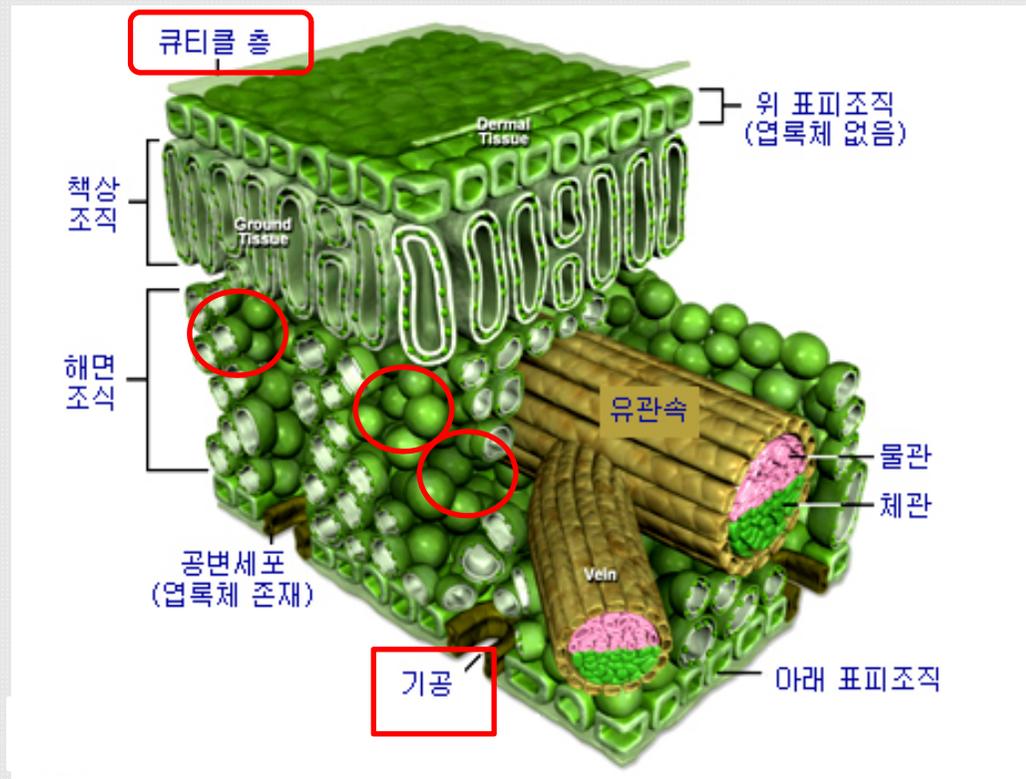
3.2 광합성과 잎에서의 수증기와 CO₂의 수송



CO₂ 수증기

3. 화학반응이 있는 정상상태 평판에서의 확산

3.2 광합성과 잎에서의 수증기와 CO₂의 수송



4. 요약

1.

- 정상상태?
- 일차물질확산을 통한 평판에서 표 (Table 1)
- 전체물질전달계수로 표현한 식

2.

- 바이오필름?
- 바이오필름을 통한 물질전달
- 신장의물질전달, 혈액투석설명, 혈액투석을 통한 요소제거

3.

- 화학반응이 있는 평판에서의 지배방정식 유도
- 광합성과 잎에서의 수증기와 CO₂의 수송